เฉลย คณิต A-NET

ตอนที่ 1 17 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน **เฉลยละเอียด**

1. **เฉลย ข้อ** 3. 62

ข้อนี้ เป็นโจทย์แนวข้อสอบEnt ที่ออกมาหลายครั้งมากแล้วครับ

$$A = \{\phi , 0 , 1 , \{1\} , \{1 , 2\} , \{3\}\}$$
$$P(A) = \underbrace{\{\phi , 0 , 1 , \{1\} , \{1 , 2\} , \{3\}\}}_{2^6 = 64 \text{ ตัว}}$$

$$\Leftarrow n[P(A)] = 2^{n(A)} = 2^6 = 64$$

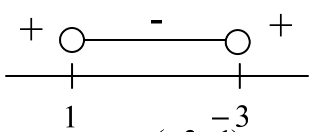
A และ $P(A)$ มีสมาชิกที่ซ้ำกัน2 ตัวคือ ϕ , $\{1\}$

ดังนั้น $P(A) - A$ จึงมีสมาชิก $64 - 2 = 62$ ตัว

2. **เฉลย ข้อ** 2. $(-2 , -1)$

ข้อนี้เคยเป็นข้อสอบ Ent เก่ามากๆ เห็นว่าน่าสนใจดีและข้อสอบเคยออกคล้ายแบบนี้มาอีกหลายครั้ง

$$x^2 + 2x - 3 < 0$$
$$(x+3)(x-1) < 0$$



เซตคำตอบ $(-3 , 1)$

การที่ $\forall x$ จะเป็นจริงได้แสดงว่า $U \subset$ เซตคำตอบ

ซึ่งมีตัวเลือกเดียวคือ $(-2 , -1)$

3. **เฉลย ข้อ** 4. $\sim p \to (\sim q \wedge \sim r)$

แนวคิด $p \to (q \vee r) \equiv \sim p \vee (q \vee r)$
$$\equiv \sim p \vee q \vee r$$

1. ถูก เพราะ
$$(\sim q \wedge \sim r) \to \sim p \equiv \sim (\sim q \wedge \sim r) \vee \sim p$$
$$\equiv q \vee r \vee \sim p$$
$$\equiv \sim p \vee q \vee r$$

2. ถูก เพราะ $(p \wedge \sim q) \to r \equiv \sim (\sim p \wedge \sim q) \vee r$
$$\equiv \sim p \vee q \vee r$$

3. ถูก เพราะ $(p \wedge \sim r) \to q \equiv \sim (\sim p \wedge \sim r) \vee q$
$$\equiv \sim p \vee r \vee q$$

4. ผิด เพราะ
$$\sim p \to (\sim q \wedge \sim r) \equiv p \vee (\sim q \wedge \sim r)$$
$$\equiv (p \vee \sim q) \wedge (p \vee \sim r)$$

4. **เฉลย ข้อ** 1. $24y - 8x - 3 = 0$

แนวคิด $3x + 4y - 7 = 0$ ------------------- (1)

$5x + 12y - 15 = 0$ ------------------- (2)

หาจุดตัด $(1) \times 3 \,;\, 9x + 12y - 12 = 0$

$(3) - (2) \,;\, 4x - 6 = 0$

$4x = 6 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \,;\, y = \frac{5}{8}$ จุดตัดของเส้นตรง

คือ $\frac{3}{2} , \frac{5}{8}$

เส้นตรง $3x + y - 5 = 0$ มีความชันเท่ากับ -3

เส้นตรง L เท่ากับ $\frac{1}{3}$ ดังนั้นสมการเส้นตรง L คือ

$$y - \frac{5}{8} = \frac{1}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)$$
$$24y - 15 = 8x - 12$$
$$24y - 8x - 3 = 0$$

5. **เฉลย ข้อ**4. 10

ข้อนี้ไม่ยากต้องดึงฐานร่วมออกมา

$$3^{x^2} - 3^{x^2-1} = 54\sqrt{3} \qquad 3^{x^2}(1 - 3^{-1}) = 54\sqrt{3}$$
$$3^{x^2} = 27 \cdot \sqrt{3} \cdot 3 \qquad 3^{x^2} = 3^{3+\frac{1}{2}+1}$$
$$3^{x^2} = 3^{\frac{9}{2}} \qquad x^2 = \frac{9}{2} \text{ นำไปแทนค่า}$$

ใน $2x^2 + 1$ $\qquad 2x^2 + 1 = 2(\frac{9}{2}) + 1 = 10$

6. **เฉลย ข้อ** 2. 0.50

แนวคิด กำหนด $0 < \theta < \frac{\pi}{4}$ และ

$$\tan^2\theta - 4\tan\theta + 1 = 0$$

จะได้ว่า $\sin^2\theta - 4\sin\theta\cos\theta + \cos^2 = 0$

$$1 - 4\sin\theta\cos\theta = 0$$
$$1 - 2(2\sin\theta\cos\theta) = 0$$
$$1 - 2\sin 2\theta = 0$$

ดังนั้น $\sin 2\theta = \frac{1}{2} = 0.5$

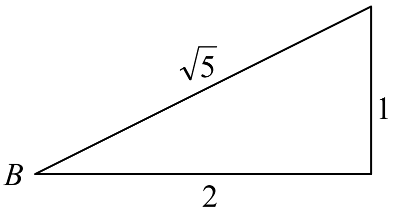
7. **เฉลย ข้อ** 4. $\frac{1}{\sqrt{10}}$

ให้หาค่าของ $\cos\left[\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) - \arccos\frac{2}{\sqrt{5}}\right]$

ให้ $\arcsin\frac{-1}{\sqrt{2}} = A \qquad \sin A = \frac{-1}{\sqrt{2}}$

$$A = -\frac{\pi}{4} \quad \cos A = \cos(-\frac{\pi}{4}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

และให้ $\arccos(\frac{2}{\sqrt{5}}) = B \quad \cos B = \frac{2}{\sqrt{5}}$



พิจารณาจากรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก จะได้ว่า $\sin B = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$

ดังนั้น

$$\cos\left[\arcsin\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)-\arccos\frac{2}{\sqrt{5}}\right]=\cos(A-B)$$

$$=\cos A\cos B+\sin A\sin B$$

$$=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)+\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)$$

$$=\frac{2}{\sqrt{10}}-\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{1}{\sqrt{10}}$$

8. **เฉลย ข้อ** 1. 3

แนวคิด กำหนดให้ $A=\begin{bmatrix}2 & 1\\ x & 5\end{bmatrix}$

จะได้ $A^2=\begin{bmatrix}x+4 & 7\\ 7x & x+2\end{bmatrix}$

จากสมการ $A^2-7A=\begin{bmatrix}-7 & 0\\ 0 & -7\end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix}x+4 & 7\\ 7x & x+25\end{bmatrix}-7\begin{bmatrix}2 & 1\\ x & 5\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-7 & 0\\ 0 & -7\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x+4 & 7\\ 7x & x+25\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}14 & 7\\ 7x & 35\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-7 & 0\\ 0 & -7\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}x-10 & 0\\ 0 & x-10\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-7 & 0\\ 0 & -7\end{bmatrix}$$

ดังนั้น $x-10=-7$ $\qquad x=3$

9. **เฉลย ข้อ** 4. $\det(adjA)=64$

เมตริกซ์ A เป็นเมตริกซ์มิติ 4×4 และ $\det(2A)=64$

ดังนั้น $2^4\det A=64$ $\qquad \det A=4$

ข้อ 1 ถูก เพราะ

$$\det(-A)=(-1)^4\det A=\det A=\det A=4$$

ข้อ 2 ถูก เพราะ

$$\det(AA^Z)=\det A\cdot\det A^Z=\det A\cdot\det A=4\times 4=16$$

ข้อ 3 ผิด เพราะ

$$\det(2A^{-1})=2^4\det(A^{-1})=16\left(\frac{1}{\det A}\right)=16\times\frac{1}{4}=4$$

ข้อ4 ถูก เพราะจากสูตร $A^{-1}=\dfrac{1}{\det A}(adjA)$

$=\dfrac{1}{4}(adjA)$ $\qquad 4A^{-1}=adjA$

$$\det(4A^{-1})=\det(adjA)$$

$$4^4\det A^{-1}=\det(adjA)$$

$$4^4\left(\frac{1}{4}\right)=\det(adjA)$$

ดังนั้น $\det(adjA)=4^3=64$

10. **เฉลย ข้อ** 3. $\dfrac{1}{2}$

ให้ $a_n=\dfrac{2^n+5}{2n+3}$ และ $b_n=\dfrac{2^n}{n}$

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{b_n}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2^n+5}{2n+3}\right)\left(\frac{n}{2^n}\right)$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{2^n+5}{2^n}\right)\left(\frac{n}{2n+3}\right)$$

$$=\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{5}{2^n}\right)\cdot\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{2+\frac{3}{n}}\right)$$

$$=(1+0)\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}$$

11. **เฉลย ข้อ** 4. f เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องที่ $x=0$ แต่ f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x=2$

จาก

$$f(x)=\begin{cases} x-\dfrac{3}{x^2+1} & \text{เมื่อ } x\le 0\\ 3 & \text{เมื่อ } 0<x\le 2\\ \dfrac{x^2-x-2}{x-2} & \text{เมื่อ } x>2\end{cases}$$

ข้อ 1. ผิด

$$f(0)=-3,\ \lim_{n\to 0^-}f(x)=-3\quad \lim_{n\to 0^+}f(x)=3$$

ลิมิตซ้าย $\neq$ ลิมิตขวา

แสดงว่าไม่มีลิมิต ดังนั้น f ไม่ต่อเนื่องที่ $x = 0$

ข้อ 2. ผิด

$f(2) = 3$, $\lim_{n \to 2^-} f(x) = 3$, $\lim_{n \to 2^+} f(x) = 3$

ดังนั้น $\lim_{n \to 2} f(x) = 3 = f(x)$

f ต่อเนื่องที่ $x = 2$

ข้อ 3. ดูจาก 1 และ 2

ข้อ 4. ดูจาก 1 และ 2

12. **เฉลย ข้อ** 4. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง A และเป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วง B

แนวคิด กำหนด $f(x) = \dfrac{3x-1}{5x-2}$ และให้ A แทนช่วง $(-\infty , -\dfrac{2}{5})$ B แทนช่วง $(\dfrac{1}{3} , \infty)$

$$f'(x) = \frac{(5x+2)(3)-(3x-1)(5)}{(5x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{15x+6-15x+5}{(5x+2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{11}{(5x+2)^2}$$

เนื่องจาก $f'(x)$ คือ ความชันโค้ง ณ จุด (x , y) ใดๆ บน f และสำหรับ $x \in [a , b]$ ใดๆ

ถ้า $f'(x) > 0$ แสดงว่า f เป็นฟังก์ชันเพิ่มบนช่วงนั้น

ถ้า $f'(x) < 0$ แสดงว่า f เป็นฟังก์ชันลดบนช่วงนั้น

ดังนั้น ถ้า $x \in A$ จะได้ $f'(x) > 0$ และ $x \in B$ จะได้ $f'(x) > 0$ แสดงว่า f เป็นฟังก์ชันเพิ่มทั้งบนช่วง A และช่วง B

13. **เฉลย ข้อ** 3. 9

แนวคิด ให้ $f(x) = Ax^2 + Bx + C$ เมื่อ $A , B , C \in R$ โดยที่ $f'(1) = -2 , f''(2) = 2$ และ $\int_0^1 f(x)dx = \dfrac{7}{3}$ จาก

$f(x) = Ax^2 + Bx + C , f'(x) = 2Ax + B$

$f'(1) = -2$ ดังนั้น $2A = 2 , A = 1$

แทนค่า $A = 1$ ใน (1) , $2 + B = -2 , B = -4$

จะได้ว่า $f(x) = x^2 - 4x + C$ และจาก

$$\int_0^1 f(x)dx = \frac{7}{3}$$

จะได้ว่า $\int_0^1 (x^2 - 4x + C)dx = \dfrac{7}{3}$

$$\frac{x^3}{3} - 2x^2 + Cx \ \Big|_0^1 = \frac{7}{3}$$

$\dfrac{1}{3} - 2 + C = \dfrac{7}{3} ; C = 4$ ดังนั้น

$$|A - B + C| = |1 + 4 + 4| = 9$$

14. **เฉลย ข้อ** 1. ผิด

แนวคิด ข้อ 1 ผิด เพราะ จำนวนวิธีที่เหรียญบาทจะเป็นหัว 2 ครั้ง $= P(6 , 2) = 30$ วิธี

ข้อ 2 ถูก เพราะ จำนวนวิธีจัดอันดับ 4 อันดับ $= P(7 , 4) = 840$ วิธี

ข้อ 3 ถูก เพราะ จากการกระจาย $\left(x^2 - \dfrac{1}{x}\right)^{15}$

$$T_{r+1} = \binom{n}{r} a^{n-r} b^r = \binom{15}{r} (x^2)^{15-r} \left(\frac{1}{x}\right)^r$$

พจน์ที่ไม่มี x คือพจน์ที่มี x^0

ดังนั้น $\dfrac{x^{30-2r}}{x^r} = x^0$ $\qquad x^{30-3r} = x^0$

$30 - 3r = 0 ; r = 10$ จึงได้ว่า $T_{r+1} = T_{11}$

ข้อ 4 ถูก เพราะ จากสมการ $\dfrac{n!}{(n-22)!22!} = \dfrac{n!}{(n-9)!9!}$

$$\frac{(n-9)!}{(n-22)!} = \frac{22!}{9!}$$

$$(n-9)(n-8) , \ldots , (n-21) = 22 \times 21 \times \ldots \times 10$$

ดังนั้น $(n-9) = 22 \Rightarrow n = 31$

15. **เฉลย ข้อ** 2. $\dfrac{7}{24}$

แนวคิด $n(s) = 4! = 24$ วิธี

E คือเหตุการณ์ที่มีคนอย่างน้อย 2 คน ได้เลือดของตนเอง หมายความว่าอาจจะมีคนได้เลือดของตนเอง 2 คน หรือ 4 คนเลย (เพราะถ้าได้เลือดของตนเอง 3 คน เลือดที่เหลือ อีก 1 ขวด ก็คือเลือดของคนที่ 4 จึงถือว่าได้เลือดของตนเองทั้ง 4 คน) ดังนั้น

$n(E) = \dbinom{4}{2} + \dbinom{4}{4} = 6 + 1 = 7$ วิธี

$$\therefore P(E) = \frac{7}{24}$$

16. **เฉลย ข้อ** 3. 73.3

คะแนนสอบ	ความถี่	ความถี่สะสม
⋮	⋮	⋮
75 – 79	40	152
70 – 74	50	112
65 – 69	26	62
⋮	⋮	⋮

ตำแหน่ง 100 อยู่ชั้นนี้

การหามัธยมฐาน

STEP 1 หาตำแหน่ง (ค่าของ $N = 200$ บอกมา)

จะอยู่ที่ตำแหน่ง $\frac{N}{2} = \frac{200}{2} = 100$

STEP 2 แทนค่าสมการ

$$med = L + I\left(\frac{\frac{N}{2} - F}{f}\right)$$

$$= 69.5 + 5\left(\frac{100-62}{50}\right) \quad = 73.3$$

17. **เฉลย ข้อ** 4. $\sqrt{3}$

$$\sum x = 60\ , N = 10 \qquad \bar{x} = \frac{60}{10} = 6$$

$$\sum (x_i - 3)^2 = 120 \qquad \sum (x^2 - 6x + 9) = 120$$

$$\sum x^2 - 6\sum x + \sum 9 = 120$$

$$\sum x^2 - 6(60) + 90 = 120$$

$$\sum x^2 = 390 \qquad S.D. = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - (\bar{x})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{390}{10} - (6)^2} \qquad = \sqrt{39 - 36} = \sqrt{3}$$

ตอนที่ 2 22 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน **เฉลยละเอียด**

18. **เฉลย ข้อ** 1. 24

ให้ $A = \{x \in R | 1 \times 1 \le 8\} \quad = [-8\ , 8]$

$B = \{x \in I | 3 \nmid x\}$

$$= \left\{\begin{array}{l} -1, 1, 2, -2, 4, -4, 5, -5, 7, -7, \\ 8, -8, --- \end{array}\right\}$$

$$C = \{x \in R | x^3 + 3x^2 - 4 = 0\}$$

หาคำตอบโดยหารสังเคราะห์

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 3 & 0 & -4 \\ & & 1 & 4 & 4 \\ \hline \end{array}$$

$$(x-1)(x^2 + 4x + 4) = 0$$

$$\begin{array}{cccc} 1 & 4 & 4 & 0 \\ \hline \end{array}$$

$$(x-1)(x+2)(x+2) = 0$$

$$c = \{1\ , -2\}$$

$$A \cap B =$$

$$\{1, -1, 2, -2, 4, -4, 5, -5, 7, -7, 8, -8\}$$

$n[(A \cap B) \times C] = 12 \times 2 = 24$ จำนวน

19. **เฉลย ข้อ** 4. 0.80

แนวคิด $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 5c$

เมื่อ $a\ , b\ , c \in R$

ถ้า $(x^2 - 4)$ เป็นตัวประกอบของ $f(x)$

จะได้ว่า $(x-2)(x+2)$ เป็นตัวประกอบของ $f(x)$

นั่นคือ $(x-2)\ , (x+2)$ หาร $f(x)$ ลงตัว ดังนั้น

$f(2) = 0$ และ $f(-2) = 0$

$f(2) = 0\ , 8 + 4a + 2b - 5c = 0$

$4a + 2b - 5c = -8$ ---------------------- (1)

$f(-2) = 0\ , -8 + 4a - 2b - 5c = 0$

$4a - 2b - 5c = 8$ ---------------------- (2)

และจากโจทย์ กำหนดให้ เศษที่เหลือจากการหาร $f(x)$ ด้วย

$(x+1)$ คือ 0 จะได้ว่า

$f(-1) = 0\ , -1 + a - b - 5c = 0$

$a - b - 5c = 1$ ---------------------- (3)

(1) - (2) , $4b = -16 \Rightarrow b = -4$

แทนค่า b ใน (3) , $a + 4 - 5c = 1$

$a - 5c = -3$ ---------------------- (4)

(1) + (2) , $8a - 10c = 0$

$4a - 5c = 0$ ---------------------- (5)

(5) – (4) , $3a = 3 \ \Rightarrow a = 1$

แทนค่า a ใน (4) , $1 - 5c = -3 \Rightarrow -5c = -4$

$$c = \frac{4}{5} = 0.8$$

20. **เฉลย ข้อ** 4. ผิด

ฟังก์ชัน f จะมีฟังก์ชันผกผัน แสดงว่า f ต้องเป็นฟังก์ชันหนึ่งต่อหนึ่งซึ่งต้องมีนิยามคือ ถ้า $x_1 = x_2$ แล้ว

$f(x_1) = f(x_2)$

21. **เฉลย ข้อ** 4. มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อ 1. เช่นถ้า $x=-3 \Rightarrow -3<2$ แล้ว $(-3)^2<4$ เป็นเท็จ

ข้อ 2. เช่นถ้า $x=-\frac{1}{2} \Rightarrow \left|-\frac{1}{2}+1\right| \geq 1$ เป็นเท็จ

ข้อ 3. เช่น $x=0 \Rightarrow x^2>0$ เป็นเท็จ

ข้อ 4. เนื่องจาก $x^2+1 \geq 2x$

$x^2-2x+1 \geq 0$

$(x-1)^2 \geq 0$ เป็นจริง

22. **เฉลย ข้อ** 2. ถูก

$$D_f : x^2-5x+6 \geq 0$$
$$(x-2)(x-3) \geq 0$$
$$x \in (-\infty\,,2] \cup [3\,,\infty)$$
$$R_g : (-\infty\,,0]$$

23. **เฉลย ข้อ** 4. 3

$$f(x)=2x+k$$
$$f^{-1}(x)=\frac{x-k}{2}$$
$$g(f^{-1}(k))=g\left(\frac{k-k}{2}\right)=g(0)$$
$$=0+3=3$$

24. **เฉลย ข้อ** 1. $\frac{y^2}{36}-\frac{(x-4)^2}{45}=1$

แนวคิด กำหนดสมการวงรี $\frac{(x-4)^2}{4}+\frac{y^2}{36}=1$ จะได้ว่า วงรีมีจุดศูนย์กลางที่ $(4\,,0)$ มีแกนเอกขนานแกน y โดยที่ $a^2=36\,,a=6$ และ $b^2=4\,,b=2$ ดังนั้น แกนเอกยาว $2a=12$ จุดยอดวงรีอยู่ที่ $(4\,,-6)$ และ $(4\,,6)$ ไฮเปอร์โบลามีจุดศูนย์กลาง $(4\,,0)$ และมีจุดยอดที่ $(4\,,-6)$ และ $(4\,,6)$ มีระยะห่างระหว่างโฟกัส $=18$ ดังนั้น $c=9$

จากสูตร $b^2=c^2-a^2$

จะได้ $b^2=9^2-6^2$

$=81-36$

$b^2=45$

ดังนั้นสมการ ไฮเปอร์โบลา คือ

$$\frac{(y-k)^2}{a^2}-\frac{(x-h)^2}{b^2}=1$$

คือ $\frac{y^2}{36}-\frac{(x-h)^2}{45}=1$

25. **เฉลย ข้อ** 2. 12

วงรี $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{9}=1$

มีค่า $a=3\,,b=2$

โดยปกติ P เป็นจุดใดๆ บนกราฟ(นิยาม)

$|PF_1+PF_2|=2a=2(3)=6$ ดังนั้น

$|AF_1+AF_2|+|BF_1+BF_2|=6+6=12$

26. **เฉลย ข้อ** 2. $[1\,,2)$

$6^x+6=2^{x+1}+3^{x+1}$

$(3\cdot 2)^x+(3\cdot 2)=2\cdot 2^x+3\cdot 3^x$

$(3^x\cdot 2^x)+(3\cdot 2)-(2\cdot 2^x)-(3\cdot 3^x)=0$

$[(3^x\cdot 2^x)-(3\cdot 3^x)]+[(3\cdot 2)-(2\cdot 2^x)]=0$

$[3^x(2^x-3)]+[-2(2^x-3)]=0$

$(3^x-2)(2^x-3)=0 \quad 3^x=2\,,2^x=3$

$x=\log_3 2\,,\log_2 3$

ผลคูณของคำตอบคือ $\log_2 3\times\log_3 2=1$ อยู่ในเซตคำตอบ ข้อ 2. $[1\,,2)$

27. **เฉลย ข้อ** 2. $\log_{x+6}(2x^2+14x+28)=2$

วิธีทำ $2^{x+2}-9\sqrt{2^x}+2=0$

$2^x\cdot 2^2-9\cdot 2^{\frac{x}{2}}+2=0$

ให้ $2^{\frac{x}{2}}=a \quad ; \quad 4a^2-9a+2=0$

$(4a-1)(a-2)=0$

$a=\frac{1}{4}\,,2$ จะได้ $2^{\frac{x}{2}}=\frac{1}{4}=2^{-2}$ เพราะฉะนั้น

$\frac{x}{2}=-2$ หรือ $2^{\frac{x}{2}}=2=2^1$ เพราะฉะนั้น

$\frac{x}{2}=1\,,\quad x=2$

28. **เฉลย ข้อ** 2. 7

แนวคิด กำหนด $\vec{A}=\vec{i}+2\vec{j}$ และ $\vec{B}=3\vec{i}-\vec{j}$

ให้ $\overrightarrow{OP}=\vec{A}$ และ $\overrightarrow{OQ}=\vec{B}$

$|\vec{A}|=\sqrt{1+4}=\sqrt{5}$

$\left|\vec{B}\right| = \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$\vec{A}\cdot\vec{B} = \left|\vec{A}\right|\left|\vec{B}\right|\cos\theta$

$3-2 = \sqrt{5}\cdot\sqrt{10}\cos\theta$

$1 = 5\sqrt{2}\cos\theta \qquad \cos\theta = \dfrac{1}{5\sqrt{2}}$

จาก $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$

$\sin^2\theta = 1 - \dfrac{1}{50} = \dfrac{49}{50}$

$\sin\theta = \dfrac{7}{5\sqrt{2}}$

พ.ท. $\Delta OPQ = \dfrac{1}{2}\cdot|A||B|\sin\theta$

$= \dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{10}\cdot\dfrac{7}{5\sqrt{2}} \qquad = \dfrac{7}{2}$

ดังนั้น พื้นที่สี่เหลี่ยมด้านขนานที่มี $\vec{A}$ และ $\vec{B}$ เป็นด้านประกอบ จะเป็น 2 เท่าของ พ.ท. ΔOPQ จะได้ พ.ท. □ ด้านขนาน

$= 2\times\dfrac{7}{2} = 7$ ตารางหน่วย

29. **เฉลย ข้อ** 4. แนวคิดกำหนด $F(x) = \int_0^x (t^2 + t - 2)dt$

$x \in [-3,2]$, $F(x) = \dfrac{t^3}{3} + \dfrac{t^2}{2} - 2t \Big|_0^x$

$\therefore F(x) = \dfrac{t^3}{3} + \dfrac{t^2}{2} - 2x$, $F'(x) = x^2 + x - 2$

ณจุดที่เป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์หรือจุดต่ำสุดสัมพัทธ์จะมี $F'(x) = 0$

ให้ $x^2 + x - 2 = 0$, $(x^2+2)(x-1) = 0; x = -2,1$

$F(-2) = -\dfrac{8}{3} + 2 + 4 = \dfrac{10}{3}$, $F(1) = \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{2} - 2 = -\dfrac{7}{6}$

เนื่องจาก F เป็นฟังก์ชั่นพหุนาม ซึ่งต่อเนื่อง ณ ทุกๆ จุดจะได้ว่าจุด $-2, \dfrac{1}{3}$ เป็นจุดสูงสุดสัมพัทธ์และจุด $\left(1, -\dfrac{7}{6}\right)$ เป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ พิจารณา $x \in [-3,2]$, $f(-3) = -9 + \dfrac{9}{2} + 6 = \dfrac{3}{2}$

$f(2) = \dfrac{8}{3} + 2 - 4 = \dfrac{2}{3}$ จะเห็นว่า เมื่อ $x \in [-3,2]\, f(x)$ จะมีค่ามากที่สุดเมื่อ $x = -2$ ซึ่ง $f(-2) = \dfrac{10}{3}$ ดังนั้นค่าสูงสุดสัมบูรณ์ของ F คือ $\dfrac{10}{3}$

30. **เฉลย ข้อ** 4. -196

$x^2 - 4x + 7 = 0$

$x = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$= \dfrac{4 \pm \sqrt{16-28}}{2} = 2 \pm \sqrt{3}i$

$a = 2 + \sqrt{3}i$, $b = 2 - \sqrt{3}i$

$(|a| + |b|)^4 = \left[|12 + \sqrt{3}i| + |2 - \sqrt{3}i|i\right]^4$

$= (\sqrt{7} + \sqrt{7}i)^4 \qquad = (\sqrt{7})^4(1+i)^4$

$= (49)(-4) = -196$

31. **เฉลย ข้อ** 1. 6

$z^3 = 2\sqrt{7} + 6i$

$|z|^3 = \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + 6^2}$

$= \sqrt{28+36}$

$|z|^3 = 8$

$|z| = 2$ เท่ากันทั้ง 3 ราก

$|z_1| + |z_2| + |z_3| = 2 + 2 + 2 = 6$

32. **เฉลย ข้อ** 2. 9

จากเรื่อง ROW-OPERATION

$[A|I] \sim [I|A^{-1}]$

แสดงว่า $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$

การแก้สมการเชิงเส้น

$Ax = B \quad x = A^{-1}B$

$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix} \qquad x = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix}$

$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ 0 \\ 5 \end{bmatrix} \qquad x + y + z = 4 + 0 + 5 = 9$

33. **เฉลย ข้อ** 3. 0.5

จำนวนเมตริกซ์ที่สร้างได้ $= 4 = n(s)$

คือ

$$\begin{bmatrix}1&1\\-1&1\end{bmatrix},\underbrace{\begin{bmatrix}-1&1\\1&-1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}-1&-1\\1&1\end{bmatrix},\begin{bmatrix}1&-1\\-1&1\end{bmatrix}}_{\det=0}$$

รูปแบบที่มีตัวผกผัน (A^{-1}) ก็คือ เมตริกซ์ Non-Singular ซึ่ง $\det \neq 0$ ซึ่งมี 2 เมตริกซ์

$$P(E)=\frac{n(E)}{n(S)}=\frac{2}{4}\times\frac{1}{2}=0.5$$

34. **เฉลย ข้อ** 1. $(0\,,1)\cup(2^{10}\,,\infty)$

ที่แน่ๆ ค่าของ $x>0$ ดังนั้นตัดตัวเลือก 3 และ 4 ออกไป

$$\frac{1}{\log_2 x}+\frac{1}{\log_4 x}+\frac{1}{\log_8 x}+\frac{1}{\log_{16} x}<1$$

$$\frac{1}{\log_2 x}+\frac{2}{\log_2 x}+\frac{3}{\log_2 x}+\frac{4}{\log_2 x}<1$$

$$\frac{1}{\log_2 x}[1+2+3+4]<1$$

$$\frac{10}{\log_2 x}-1<0 \qquad \frac{10-\log_2 x}{\log_2 x}<0$$

$$\frac{\log_2 x-10}{\log_2 x}>0$$

$\log_2 x>10$ และ $\log_2 x<0$ แต่อย่าลืมว่า $x>0$

$x>2^{10}$ หรือ $0<x<1\Rightarrow(0\,,1)\cup(2^{10}\,,\infty)$

35. **เฉลย ข้อ**3. 14

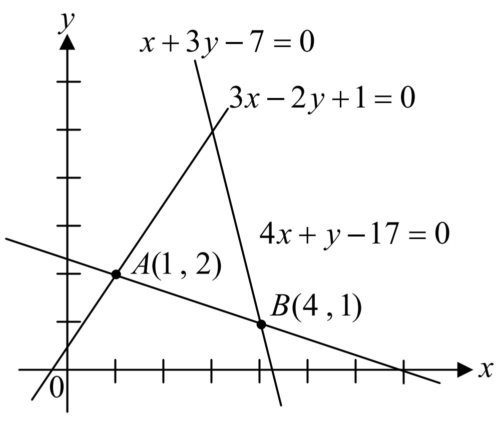
แนวคิด สมการเป้าหมาย คือ $P=2x+y+5$

เงื่อนไขข้อจำกัด คือ $x+3y-7=0$ ----------------- (1)

$3x-2y+1\geq 0$ ----------------- (2)

$4x+y-17\leq 0$ ----------------- (3)

$x\geq 0 \quad y\geq 0$



พิจารณากราฟ จะเห็นว่า กราฟของสมการ (1) และอสมการ (2) , (5) มีจุดร่วมกัน คือ จุดบนส่วนเส้นตรง AB จุด A ได้จากการแก้สมการ $x+3y=7 \qquad 3x-2y=-1$

จะได้ พิกัดจุด A คือ $(1\,,2)$ จุด B ได้จากการแก้สมการ

$x+3y=7$

$4x+y=17$ จะได้พิกัดจุด B คือ $(4\,,1)$

ตรวจสอบค่าสูงสุด จากสมการเป้าหมาย $p=2x+y+5$

จุด $A(1\,,2)\Rightarrow P=2+2+5=9$

จุด $A(4\,,1)\Rightarrow P=8+1+5=14$

ดังนั้นค่าสูงสุดของ P คือ 14

36. **เฉลย ข้อ** 2. 9

$f(x)$ ต่อเนื่องบน R จะได้

$$f(1)=a(1)^2=a$$

$$\lim_{x\to1^-}(2x+1)=\lim_{x\to1^+}ax^2$$

$$3=a$$

$$\int_1^3 f(x)dx=\int_1^2 ax^2dx+\int_2^3(12)dx$$

$$=\left.\frac{3x^3}{3}\right|_1^2+12x\Big|_2^3$$

$$=(2^3-1^3)+\left[12(3)-12(2)\right]$$

$$=19$$

$g(x)=bx^3+x \qquad g'(x)=3bx^2+1$

$g'(1)=3b+1=19 \qquad b=6$

$a+b=3+6=9$

37. **เฉลย ข้อ** 2. 5.6

$$y=mx+c$$

$$\sum_{i=1}^{n}y=m\sum_{i=1}^{n}x=cn \qquad \text{------------------(1)}$$

$$\sum_{i=1}^{n}xy=m\sum_{i=1}^{n}x^2+c\sum_{i=1}^{n}x \qquad \text{------------------(2)}$$

$$\bar{y}=\frac{\sum y}{N} \quad , \quad \sum_{i=1}^{30}y=\bar{y}N$$

$$\sum_{i=1}^{30}y=60\times30=1800$$

(1) , $1800=90m+30c$

$60=3m+c$ ------------------(3)

(2) , $4750=386m+90c$ ------------------(4)

แก้สมการ (3) และ (4) ได้ $m=-\dfrac{325}{58}$

จาก $y_1 = mx + c \qquad y_2 = m(x+1) + c$

$$= mx + m + c$$

$$y_2 - y_1 = m$$

$\therefore$ ลดลง 5.60 คะแนน

38. **เฉลย ข้อ** 1. 5

$\sum x = 30$, $N = 10$

$$\overline{x} = \frac{\sum x}{N} = \frac{30}{10} = 3$$

$$S.D. = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N} - (\overline{x})^2}$$

$$= \sqrt{\frac{340}{10} - (3)^2} = \sqrt{25} = 5$$

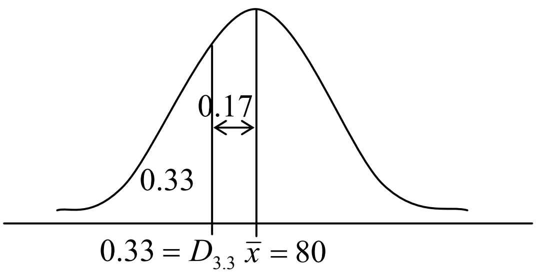
$$z = \frac{x_5 - \overline{x}}{S.D.} \Rightarrow 0.4 = \frac{x_5 - 3}{5}$$

$$0.4 \times 5 = x_5 - 3 \Rightarrow x_5 = 5$$

39. **เฉลย ข้อ** 2. 73.40

โจทย์กำหนด $\overline{x} = 80$, $S.D. = 15$

นักเรียนสอบได้ที่เดไซด์ 3.3 คือ $D = \dfrac{3.3}{10} = 0.33$



เมื่อ $A = 0.17 \Rightarrow z = -0.44$

$$z = \frac{x - \overline{x}}{S.D.} \Rightarrow -0.44 = \frac{x - 80}{15}$$

$$x = 80 + [(-0.44) \times 15] = 73.40$$