

ตอนที่ 1 ข้อสอบแบบอัตนัยจำนวน 10 ข้อ 1-5 ข้อละ 2 คะแนน

ข้อ 6-10 ข้อละ 3 คะแนน

1. ให้ $A = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 3x^2 + 2x + 3x^2 + 1 - 9x + 1 + 27 = 0 \right\}$

ผลบวกของกำลังสองของสมาชิกทั้งหมดของ A เท่ากับเท่าใด

2. ในรูปสามเหลี่ยม ABC ใด ๆ ถ้า $\frac{1}{a+c} + \frac{1}{b+c} = \frac{3}{a+b+c}$

จงหาขนาดมุม C

3. กำหนดจุด 10 จุด บนเส้นตรงระยะมี 4 จุด อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน นอกนั้น ไม่มี 3 จุดใดอยู่บนเส้นตรงเดียวกันจำนวนรูปสามเหลี่ยมที่เกิดจากการลากเส้นตรงเชื่อมจุดที่กำหนดให้เท่ากับเท่าใด

4. ถ้า a คือจำนวนที่ทำให้พื้นที่ปิดล้อมด้วยเส้นโค้ง $y = a^2x^2 + 4ax + 10$ จาก $x=0$ ถึง $x=1$ มีค่าน้อยที่สุด แล้วพื้นที่น้อยสุดมีค่าเท่าใด

5. ให้ A และ B เป็นเมทริกซ์จัตุรัสที่มีมิติเดียวกันซึ่ง $\det(B) > 0, \det(A) = -2, \det(B^t A^{-1} B) = -4, \det(B^{-1} (B^t + A^t) A) = -3\sqrt{2}$

แล้ว $\det(A+B)$ เท่าใด

6. กำหนดให้ P คือ พาราโบลา $x^2 + 8y + 2x + a = 0$ โดย $a > 0$ และมีเส้นตรง $y = 4$ เป็นไดเรกทริกส์ ถ้า P ตัดแกน X ทางลบที่จุด A แล้วเส้นตรงที่ผ่านจุด A และจุดยอด P มีความชันเท่ากับเท่าใด

7. สัมประสิทธิ์ของ $a^3 b^4 c^2$ จากการกระจาย $\left(\frac{1}{6}a - 2b + 3c\right)^9$ เป็นเท่าใด

8. $\tan 9^\circ - \tan 27^\circ - \cot 27^\circ + \cot 9^\circ$ มีค่าเท่าใด

9. ให้ a, b และ c เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่งสอดคล้องกับเงื่อนไข (I) $a \log_2 4 + b \log_2 3 = c$ และ (II) $\log_c (a+b) = 3$ ค่า $a+b+c$ มีค่าเท่าใด

10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{4n^2 + 8n + 7} + \sqrt{9n^2 + 12n + 5} - 5n \right)$ มีค่าเท่าใด

ข้อสอบปรนัยแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 25 ข้อ ข้อละ 4 คะแนน

1. ให้ p, q, r เป็นประพจน์

ถ้า ประพจน์ $p \rightarrow (q \wedge r)$ มีค่าความจริงเป็นจริง

และ $p \rightarrow (q \wedge r)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

แล้วประพจน์ในข้อใดมีค่าความจริงเป็นเท็จ

1. $\sim q \vee (p \rightarrow r)$
2. $\sim p \rightarrow (p \vee q)$
3. $(q \vee r) \rightarrow \sim p \vee (q \wedge r)$
4. $[(\sim q) \vee (\sim r)] \rightarrow [p \wedge (q \vee r)]$

2. ให้เอกภาพสัมพัทธ์ คือ เซตของจำนวนจริง

ถ้า $P(x)$ แทนข้อความ $x^2 - 3x < 0$

และ $Q(x)$ แทนข้อความ $-2 < \log_{\frac{1}{3}} x < -1$

แล้วข้อใดมีค่าความจริง

1. $\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)]$
2. $\forall x [Q(x) \rightarrow P(x)]$
3. $\forall x [P(x) \rightarrow \sim Q(x)]$
4. $\forall x [P(x) \rightarrow \sim Q(x)]$

3. ให้ a, b เป็นจำนวนเต็ม ถ้า $x-a$ หาร $x^3 - 2x^2 - x + 7$ เหลือเศษ 5 และ $x-b$ หาร $x^3 - 7x + 9$ เหลือ 3 ผลบวกของค่า a ทั้งหมดมากกว่าค่า b ทั้งหมดอยู่ที่เท่าไร

1. 2
2. 3
3. 4
4. 5

4. ให้ $A = \{x \in I \mid |3x-1| - 2x > 2|3x+1|\}$ ดังนั้น A มีจำนวนสมาชิกเท่าใด

1. 4
2. 5
3. 6
4. 7

5. ให้ $(f \circ g^{-1})(x) = x-1, (f+g)(x) = 2x+g$ จงหา $(f^{-1} \circ g)(x)$

1. $x+1$
2. $x-1$
3. $x-a$
4. $2x+a$

6. ให้ $f(x) = 2x^2, g(x) = \sqrt{\frac{x}{4}}, h(x) = (f \circ g)(x),$

$$h^2(x) = (h \circ h)(x)$$

และ $h^n(x) = (h \circ h^{n-1})(x)$ สำหรับ n เป็นจำนวนนับ

$n > 2$ แล้ว $h^{20}(x)$ มีค่าเท่าใด

1. x
2. x^{20}
3. x^{50}
4. $\frac{x}{2^{20}}$

7. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{x}, x \geq 0$

และ $g(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x < 1 \\ x+1, & 1 \leq x \end{cases}$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $g \circ f^{-1}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน R_f

ข. $f \circ g^{-1}$ เป็นฟังก์ชันเพิ่มใน R_g

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

8. ให้ S เป็นคำตอบของสมการ $\log_x \left(\frac{x+3}{x-1} \right) \geq 1$

$T = \{ \log_{\sqrt{x}} x \mid x \in S \}$ เป็นสับเซตของข้อใด

1. $[0, 2]$ 2. $[1, 3]$
3. $\left[\frac{1}{2}, \frac{5}{2} \right]$ 4. $\left[\frac{1}{5}, \frac{7}{3} \right]$

9. ถ้า a, b เป็นคำตอบของสมการ $6^x - 3^{x+1} - 2^{x+2} + 12 = 0$

แล้วคำตอบของสมการ $(ab)^{2x+1} = (ab+3)^x$ เท่ากับข้อใด

1. $\frac{\log 2}{\log 2 - \log 3}$ 2. $\frac{\log 4}{\log 7 - \log 16}$
3. $\frac{1}{\log_5 8 - 2}$ 4. $\frac{1}{\log_2 5 - 2}$

10. กำหนด $\begin{vmatrix} a & b & c \\ x & y & z \\ p & q & r \end{vmatrix} = 2$ จะได้ $\begin{vmatrix} -2x & -2y & -2z \\ 3p+a & 3q+b & 3r+c \\ p & q & r \end{vmatrix}$

เท่ากับเท่าใด

1. 4 2. -4 3. 12 4. -12

11. ให้ A เป็นเมทริกซ์ และ I เป็นเมทริกซ์เอกลักษณ์มิติ 3×3

ถ้า $A^2 + 3A = I$ แล้ว $\det(AA' + A' + 2A + 2I)$

เท่ากับเท่าใด

1. 1 2. 3 3. 9 4. 27

12. ให้ z_1, z_2, z_3 เป็นคำตอบของสมการ

$$z^3 - (2-11i)z^2 + (4-9i)z - 1 + 4i = 0$$

$$\sqrt{z_1 + z_2 + z_3 + z_1 z_2 z_3 + z_2 z_3 + z_1 z_3 + z_1 z_2 z_3}$$

เท่ากับเท่าใด

1. 4 2. 5 3. 16 4. 25

13. กำหนดให้ จำนวนเชิงซ้อน z_1, z_2, z_3 เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่ารูปหนึ่ง

$$\text{ถ้า } \frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1} = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3},$$

$$z_1 z_2 = 1 + i, z_2 z_3 = 2 + 2i, z_3 z_1 = 3 + 4i$$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

$$\text{ก. } \frac{z_1 - z_2}{z_1 - z_2} = \cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \quad \text{ข. } z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 = 6 + 7i$$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

1. ถูกทุกข้อ 2. ถูกเฉพาะข้อ ก.
3. ถูกเฉพาะข้อ ข. 4. คำตอบเป็นอย่างอื่น

$$14. \text{กำหนด } f(x) = \begin{cases} g(x) + \frac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}, & x > 2 \\ \frac{x^3-8}{x^3-4x}, & 0 < x < 2 \end{cases}$$

ถ้า f มีลิมิตที่ $x=2$ แล้ว $\lim_{x \rightarrow 2} x^2 g(x)$ มีค่าเท่าใด

1. 3 2. 5 3. 7 4. 9

15. พื้นที่ปิดล้อมด้วยพาราโบลา $y = 4x - x^2$ และเส้นตรง

$$2x - y - 3 = 0$$

- เป็นกี่ตารางหน่วย
1. $7\frac{1}{3}$ 2. $9\frac{1}{3}$ 3. $10\frac{2}{3}$ 4. $12\frac{2}{3}$

16. กำหนดให้ $O(0,0), A(4,3)$ เป็นจุดในระนาบ รูปสามเหลี่ยม

OAB ที่มีพื้นที่น้อยที่สุด โดย B เป็นจุดบนพาราโบลา

$$y = x^2 + \frac{265}{64}$$

- มีพื้นที่เท่าใด
1. 6 2. 7 3. 8 4. 9

17. $\arctan 3x - \arctan x = \frac{\pi}{6}$ และ $x \in (0, \alpha)$

$$\text{จงหาค่าของ } \tan \left(\frac{\arctan 3x + \arctan x}{2} \right)$$

1. $\sqrt{3}$ 2. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 3. $-\sqrt{3}$ 4. 1

18. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย x_1, x_2, \dots, x_{20} โดยมีสมบัติ

$$\text{ดังนี้ } \sum_{i=1}^{20} (x_i - 5)^2 = 500 \text{ และ } \sum_{i=1}^{20} |x_i - a| \text{ มีค่าน้อยที่สุด}$$

$$\text{เมื่อ } a = 5 \text{ และ } \sum_{i=1}^{20} |x_i - b| \text{ มีค่าน้อยที่สุดเมื่อ } b = 8$$

ข้อใด ต่อไปนี้ถูก

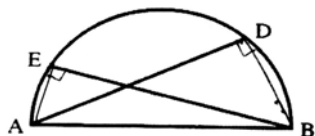
1. ข้อมูลชุดนี้มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้อยกว่ามัธยฐาน
2. ผลรวมของข้อมูลทั้งหมดเท่ากับ 100
3. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานมีค่าเท่ากับ 5
4. สัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 50%

19. นักเรียนชายกลุ่มหนึ่งมีน้ำหนักเฉลี่ย 60 กิโลกรัม และ ส่วน เบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 กิโลกรัม ส่วนกลุ่มนักเรียนหญิง มีส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของน้ำหนักเท่ากับ 5 กิโลกรัมใน จำนวนทั้งหมดนี้มีนายสุรนหนัก 40 กิโลกรัม และนางสาว ยูพินหนัก 40.5 กิโลกรัม รวมอยู่ด้วย จากแต่ละกลุ่มถ้าจำนวน นักเรียนที่มีน้ำหนักน้อยกว่าของสุรน มีจำนวนมากกว่าจำนวน นักเรียนที่มีน้ำหนักมากกว่าของนางสาวยูพินอยู่ $\frac{12}{15}$ % ค่าเฉลี่ย เลขคณิตของน้ำหนักของกลุ่มนักเรียนหญิงเป็นเท่าใด

Z	1	3	2.1
A	0.3413	0.4773	0.4821

1. 30 kg 2. 32 kg
3. 35 kg 4. 38 kg

20. จากรูป AB เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม คอร์ด AD และ BE ตัดกันที่จุด C จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้



ก. ถ้า $m \|\overline{AC}\| = n \|\overline{CD}\|$ แล้ว $\overline{AC} = \frac{m}{m+n} \overline{AD}$

ข. $\frac{\overline{AE} \cdot \overline{AC}}{\overline{BD} \cdot \overline{BC}} = \left(\frac{\|\overline{AE}\|}{\|\overline{BD}\|} \right)^2$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อ ก. และ ข. เป็นจริง 2. ข้อ ก. เท่านั้นเป็นจริง
3. ข้อ ข. เท่านั้นเป็นจริง 4. ข้อ ก. และ ข. เป็นเท็จ

21. ให้ \vec{a}, \vec{b} และ \vec{c} เป็นเวกเตอร์ โดยที่ $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$

ถ้า $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=1$ และ $|\vec{c}|=4$

ค่าของ $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ ตรงกับข้อใด

1. 5 2. 13 3. -5 4. -13

22. กำหนดให้ F_1 และ F_2 เป็นจุดโฟกัสของไฮเพอร์โบลา

$x^2 + bx - y^2 - 14y - 41 = 0$ ถ้า $P_1(0, y)$ และ $P_2(0, y_2)$

เป็นจุดสองจุดที่ทำให้พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม $P_1 F_1 F_2$ และ

พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม $P_2 F_1 F_2$ ต่างก็เท่ากับ $2\sqrt{2}$ ตาราง-

หน่วย แล้ว $|y_1 - y_2|$ เท่าใด

1. 28 2. 56 3. 84 4. 120

23. กำหนดให้ $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ และ $\sin \theta - \sin^2 \theta + \sin^3 \theta = \frac{1}{4}$

ผลบวกของอนุกรม $\cos \theta + \cos^2 \theta + \cos^3 \theta + \dots$ เท่ากับเท่าใด

1. $3 + 2\sqrt{3}$ 2. $10 + 6\sqrt{3}$
3. $1 + \sqrt{2}$ 4. $8 + 6\sqrt{2}$

24. กำหนดให้ $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ และ

$\log_a a^2 + \log_{\sqrt{a}} a^2 + \log_{3\sqrt{a}} a^2 + \dots + \log_{n\sqrt{a}} a^2 = 2550$

ค่าของ $\frac{1+3+5+\dots+(2n-1)}{2+4+6+\dots+2n}$ เท่ากับเท่าใด

1. $\frac{49}{50}$ 2. $\frac{50}{51}$ 3. $\frac{51}{52}$ 4. $\frac{52}{53}$

25. นักเรียนกลุ่มหนึ่งประกอบด้วยผู้ชาย 8 คน และผู้หญิง 4 คน

นักเรียนกลุ่มนี้เป็นผู้ที่ถนัดมือซ้าย 8 คน ซึ่งเป็นชาย 6 คน

ถ้าสุ่มเลือกมา 4 คน ความน่าจะเป็นที่สุ่มได้นักเรียนชายที่

ถนัดมือซ้ายมากกว่านักเรียนหญิงที่ถนัดมือซ้ายเท่ากับเท่าใด

1. $\frac{1}{55}$ 2. $\frac{40}{55}$ 3. $\frac{41}{55}$ 4. $\frac{43}{55}$

ตอนที่ 1

ข้อ 1.

$$3^{x^2}(3^{2x}-3)-3^2(3^{2x}-3)$$

$$(3^{2x}-3)(3^{x^2}-3) = 0$$

$$3^{2x} = 3^1 \text{ หรือ } 3^{x^2} = 2$$

$$x = \left\{ \frac{1}{2}, \pm\sqrt{2} \right\}$$

ข้อ 2.

$$\frac{1}{a+c} - \frac{1}{a+b+c} = \frac{2}{a+b+c} - \frac{1}{b+c}$$

$$\frac{(a+b+c)-(a+c)}{(a+b+c)(a+c)} = \frac{2b+2c-(a+b+c)}{(a+b+c)(b+c)}$$

$$\frac{b}{a+c} = \frac{b+c-a}{b+c}$$

$$a^2+b^2-c^2 = ab$$

$$\frac{a^2+b^2+c^2}{(2)(ab)} = \frac{1}{(2)}$$

$$\cos c = \frac{1}{2}$$

$$c = 60$$

ข้อ 3 จุด 4 จุด อยู่บนเส้นตรงเดียวกัน จะเกิดรูปสามเหลี่ยมไม่ได้

มี 3 เหลี่ยมทั้งหมด $\binom{10}{3} - \binom{4}{3} = 116$

ข้อ 4.

$$A(a) = \int_0^1 (a^2x^2 + 4ax + 10)dx$$

$$= a^2x^3 + 2ax^2 + 10x \Big|_0^1$$

$$A(a) = \frac{a^2}{3} + 2a + 10$$

$$\frac{dA}{da} = \frac{2}{3}a + 2 = 0$$

$$a = -3$$

$$\therefore A(-3) = 7$$

ข้อ 5.

$$\frac{\det(B)}{\det(A)} - \frac{\det(B)}{\det(A)} = -4$$

$$\det(B) = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\det(B)} - \frac{\det(A+B)}{\det(A)} - \frac{\det(A)}{\det(B)} = 3\sqrt{2}$$

$$\det(A+B) = -6$$

ข้อ 6.

$$x^2 + 2x + 1 = -8y - a + 1$$

$$(x+1)^2 = 4(-2)\left[y - \frac{(1-a)}{8}\right]$$

$$\text{มี } y = 4Di$$

$$\frac{1-a}{8} = 2$$

$$a = -15$$

$$\therefore P; (x+1)^2 = 4(-2)(y-2)$$

$$y(-1,2)$$

$$y = 0 (x+1)^2 = 16$$

$$x = -5,3$$

ตัดทางลบ (-5,0)

$$\therefore m = \frac{2-0}{-1-(-5)} = 0.5$$

ข้อ 7. $a^3 b^4 c^2 \rightarrow \left(\frac{1}{6}a\right)^2 (-2b)^4 (3c)^2 \rightarrow \frac{a!}{2!4!2!} \left(\frac{1}{6}\right)^2 (-2)^4 (3)^2$

$$= 15120$$

ข้อ 8.

$$\tan 9 - \tan 27 - \cot 27 + \cot 9$$

$$\frac{\sin 9}{\cos 9} - \frac{\sin 27}{\cos 27} - \frac{\cos 27}{\sin 27} + \frac{\cos 9}{\sin 9}$$

$$\left(\frac{\sin 9}{\cos 9} + \frac{\cos 9}{\sin 9}\right) - \left(\frac{\sin 27}{\cos 27} + \frac{\cos 27}{\sin 27}\right)$$

$$\frac{2}{2} \times \left(\frac{\sin^2 9 + \cos^2 9}{\cos 9 \cdot \sin 9}\right) - \frac{2}{2} \times \left(\frac{\sin^2 27 + \cos^2 27}{\cos 27 \cdot \sin 27}\right)$$

$$\frac{2(1)}{\sin 18} - \frac{2(1)}{\sin 54}$$

$$2 \left[\frac{\sin 54 - \sin 18}{\sin 18 \cdot \sin 54} \right]$$

$$2 \left[\frac{\cos 36 \cdot \sin 18}{\sin 18 \cdot \cos 36} \right] = 4$$

ข้อ 9.

จาก $a \log_{24} 2 + b \log_{24} 3 = c$

$$\log_{24} 2^a + \log_{24} 3^b = c$$

$$\log_{24} 2^a \cdot 3^b = c$$

$$2^a \cdot 3^b = 24^c$$

$$2^a \cdot 3^b = (2^3 \cdot 3)^c$$

$$2^a \cdot 3^b = 2^{3c} \cdot 3^c$$

$$\therefore a = 3c, b = c$$

ดังนั้น

$$\log_c (3c+c) = 3$$

$$\log_c (4c) = 3$$

$$\log_c^4 + \log_c^c = 3$$

$$\log_c^4 = 3 - 1 = 2$$

$$4 = c^2$$

$$\therefore c = 2$$

ข้อ 10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{4n^2 + 8n + 7} - 2n + \lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{9n^2 + 12n + 5} - 3n$

$$= \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2 + 8n + 7} - 2n) \left(\frac{\sqrt{4n^2 + 8n + 7} + 2n}{\sqrt{4n^2 + 8n + 7} + 2n} \right) +$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9n^2 + 12n + 5} - 3n) \left(\frac{\sqrt{9n^2 + 12n + 5} + 3n}{\sqrt{9n^2 + 12n + 5} + 3n} \right) +$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(4n^2 + 8n + 7) - 4n^2}{\sqrt{4n^2 + 8n + 7} + 2n} + \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(9n^2 + 12n + 5) - 9n^2}{\sqrt{9n^2 + 12n + 5} + 3n}$$

$$= \frac{8}{2+2} + \frac{12}{3+3}$$

$$= 2+2=4$$

ตอนที่ 2

1.ตอบข้อ 4. $[(\sim q) \vee (\sim r)] \rightarrow [p' \wedge (q \vee r)]$

2.ตอบข้อ 4. $\forall x [p(x) \rightarrow Q(x)]$

$$p(x), x^2 - 3x < 0$$

$$x(x-3) < 0$$

$$-2 < \log_{\frac{1}{3}} x$$

$$x = 9$$

$$\log_{\frac{1}{3}} x < -1$$

$$x > 3$$

3.ตอบข้อ 4.

$$P(a) = a^3 - 2a^2 - a + 7 = 5$$

$$P(b) = a^3 - 7a + 9 = 3$$

$$\therefore \Sigma a = 2$$

$$\Sigma b = 5$$

4.ตอบข้อ 1.

$$x \geq 1$$

$$3(x-1) - 2x > 2(3x+1)$$

$$x^2 - 1$$

ใช้ไม่ได้

$$2. \frac{-1}{3} \leq x < 1$$

จำนวนดังกล่าว คือ 0

3.

$$x < \frac{-1}{3}$$

$$3(-(x-1)^3) - 2x > 2(-(3x+1))$$

$$x > -5$$

$$\therefore -5 < x < \frac{-1}{3}$$

สรุป $-4, -3, -2, -1, 0$

5.ตอบข้อ 1. $x+1$

$$f(g^{-1}(x)) = x-1$$

$$f(g^{-1}g(x)) = g(x)-1$$

$$f(x) = g(x)-1$$

$$f(x)+g(x) = 2x+9 \text{ ----- 1}$$

$$f(x)-g(x) = -1 \text{ ----- 2}$$

$$\therefore f(x) = x+4$$

$$g(x) = x+5$$

$$f(x) = x+4$$

$$f^{-1}(x) = x-4$$

$$f^{-1}(g(x)) = (x+5)-4$$

$$= x+1$$

6.ตอบข้อ 4.

$$h(x) = f(g(x))$$

$$h(x) = f\left(\sqrt{\frac{x}{4}}\right) = \frac{x}{2}$$

$$h^2(x) = h(h(x)) = h\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{x}{2^2}$$

$$h^3(x) = h(h^2(x)) = h\left(\frac{x}{2^2}\right) = \frac{x}{2^3}$$

$$\therefore h^{20} = \frac{x}{2^{20}}$$

7.ตอบข้อ 1. ก. ถูก และ ข. ถูก

$$\int_1^{-1}(x) = x^2 \quad ; \quad x \geq 0$$

$$g^{-1}(x) = \begin{cases} x & ; 0 \leq x < 1 \\ x+1 & ; x \geq 2 \end{cases}$$

$$g(f^{-1}(x)) = \begin{cases} x^2 & ; 0 \leq x^2 < 1, 0 \leq 2 < 1 \\ x^2+1 & ; x^2 \geq 1, x \geq 1 \end{cases}$$

$$f(g^{-1}(x)) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; 0 < 1 \\ \sqrt{x-1} & ; x \geq 2 \end{cases}$$

8.ตอบข้อ 2. [1,3]

$$\frac{x+3}{x+1} \geq 0$$

$$\log_x \left(\frac{x+3}{x-1} \right) \geq \log_x x$$

$$\frac{x+3}{x-1} - x \geq 1$$

$$\frac{x^2+2x+3}{(x-1)}$$

$$\frac{(x-3)(x+1)}{x-1} \leq 0$$

9.ตอบข้อ 4. $\frac{1}{\log_2 5 - 2}$

$$\begin{aligned} 2^x \cdot 3^x \cdot 3 \cdot 3^x - 2^2 \cdot 2^x + 12 &= 0 \\ (2^x - 3) \cdot 3^x - 2^2(2^x - 3) &= 0 \\ (2^x - 3)(3^x - 4) &= 0 \\ x &= \log_2 3, \log_2 4 \\ ab &= 2 \\ (ab)^{2^{x+1}} &= (ab+3)^x \\ 2^{2^{x+1}} &= (2+3)^x = 5^x \\ \log_2 2^{2^{x+1}} &= \log_2 5^x \\ x &= \frac{1}{\log_2 5 - 2} \end{aligned}$$

10.ตอบข้อ 1. 4

$$\begin{vmatrix} x & y & z \\ a & b & c \\ p & q & r \end{vmatrix} = -2$$

$$\begin{vmatrix} -2x & -2y & -2z \\ a & b & c \\ p & q & r \end{vmatrix} = -2(-2)$$

$$R_2 + 2R_1 \begin{vmatrix} -2x & -2y & -2z \\ a+3p & b+3q & c+3r \\ p & q & r \end{vmatrix} = 4$$

11.ตอบข้อ 4.

$$\begin{aligned} (A+I)A^+ + 2(A+I) &= (A+I)(A^+ + I)(A+2)^+ \\ A^2 + 3A + 2I &= 2I + I \\ (A+2)(A+I) &= 3I \\ \therefore \det(A+2I)(\det(A+I)) &= 27 \end{aligned}$$

12.ตอบข้อ 2. 5

$$\sqrt{|(2-11i) + (4-9i) + (-1+4i)|} = \sqrt{|7-24i|} = 5$$

13.ตอบข้อ 3. คำตอบเป็นอย่างอื่น

$$\begin{aligned} \frac{z_3 - z_1}{z_2 - z_1} - 1 &= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2} - 1 \\ \frac{z_3 - z_1 - z_2 + z_1}{z_2 - z_1} - 1 &= -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2} - 1 \\ \frac{z_3 - z_2}{-(z_2 - z_1)} - 1 &= -\left(-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}i}{2}\right) \\ \frac{z_3 - z_2}{z_1 - z_2} &= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}i}{2} \end{aligned}$$

14.ตอบข้อ 2.

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 8}{x^3 - 4} \rightarrow \frac{3x^2}{3x^2 - 4} \\ &= \frac{3(4)}{3(4) - 4} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} (g(x) + \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x-2}) \rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x+2}} = \frac{1}{4} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2^+} g(2) + \frac{1}{4} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$g(2) = \frac{5}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} (2)^2 \cdot g(2) = 5$$

15.ตอบข้อ 1. $7\frac{1}{3}$

16.ตอบข้อ 3.

$$\begin{aligned} f(x) &= \text{พ.ท. } \triangle OAB \\ &= \frac{1}{2} (\text{ฐาน}) (\text{สูง}) \\ &= \frac{1}{2} \times OA \times h \end{aligned}$$

ผ่าน (0,0), A(4,3) ได้สมการ

$$\begin{aligned} n &= \frac{|3x-4y|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|3x-4y|}{5} \\ &= \frac{|3x-4(x^2 + \frac{265}{69})|}{5} \end{aligned}$$

$$\therefore OA = 5$$

$$f(x) = \frac{1}{2}(5) \frac{|3x-4(x^2 + \frac{265}{69})|}{5}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} |3x-4x^2 - \frac{265}{69}|$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} |3-8x| = 0$$

$$f(x) = 8$$

17.ตอบข้อ 4.

$$\arctan\left(\frac{2x}{1+3x^2}\right) = \frac{\pi}{6}$$

$$x = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\tan\left(\frac{\arctan\frac{3}{\sqrt{3}} + \arctan\frac{1}{\sqrt{3}}}{2}\right)$$

$$\tan\left(\frac{\arctan\frac{4}{\sqrt{3}}}{1-\frac{3}{3}}\right)$$

18.ตอบข้อ 4. สัมประสิทธิ์การแปรผันเท่ากับ 50 %

$$\Sigma x = N\bar{x} = 20(8)$$

$$S_T^2 = S_F^2 + (4\bar{x})^2$$

$$S^2 = \frac{500}{20} - (9)$$

$$S = \sqrt{25-9} = \sqrt{16} = 4$$

19. ตอบข้อ 1.

$$Z \text{ สรุณ} = \frac{40-60}{10} = -2 \rightarrow P \rightarrow (0.5-0.4773)100 = 2.27$$

มีคนน้อยกว่าสรุณ 2.27 %

$$\therefore \text{นักเรียนมากกว่าผู้พินอยู่ } 2.27 - \frac{12}{25} = 1.79 \%$$

$$\therefore P_r = 100 - 1.79 = 98.21 \rightarrow Z = 2.1$$

$$2.1 = \frac{40.5 - \bar{x}}{5} \rightarrow \bar{x} = 30$$

20. ตอบข้อ 3. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง

$$(1) \text{ จาก } m\overline{AC} = n\overline{CD}$$

$$n\overline{AC} + m\overline{AC} = n\overline{AC} + n\overline{CD}$$

$$(n+m)\overline{AC} = n(\overline{AC} + \overline{CD})$$

$$\overline{AC} = \frac{n}{n+m} \overline{AD}$$

$$\widehat{AEB} = \widehat{ADB} = 90$$

$$\widehat{ACE} = \widehat{BCD}$$

$$\widehat{CAE} = \widehat{CBO}$$

$$\therefore \frac{\overline{AE} \cdot \overline{AC}}{\overline{BD} \cdot \overline{BC}} = \frac{|\overline{AE}| |\overline{AC}| \cdot \cos \widehat{CAE}}{|\overline{BD}| |\overline{BC}| \cdot \cos \widehat{CBD}}$$

$\triangle ACE$ กับ $\triangle BCD$ เป็น \triangle คล้าย

$$\frac{|\overline{AC}|}{|\overline{BC}|} = \frac{|\overline{AE}|}{|\overline{BD}|}$$

$$\therefore \frac{\overline{AE} \cdot \overline{AC}}{\overline{BD} \cdot \overline{BC}} = \frac{|\overline{AE}| |\overline{AE}|}{|\overline{BD}| |\overline{BC}|}$$

21. ตอบข้อ 4. -13

22. ตอบข้อ 2. 56

23. ตอบข้อ 4. $8+6\sqrt{2}$

24. ตอบข้อ 2. $\frac{50}{51}$

25. ตอบข้อ 3.

$$n(s) = \frac{12}{4} = 495$$

$$n(E) = \text{ชายช้าย 4 คน} + \text{ชายช้าย 3 คน} \text{ อดักขา}$$

1 คน + ชายช้าย 3 คน หญิงช้าย 1 + ชาย

ช้าย 2 คน อดักขา 2 คน + ชายช้าย 2 คน

หญิงช้าย 1 ขวา 1 คน + ชาย

ช้าย 1 ขวา 3 คน

$$= \binom{6}{4} + \binom{6}{3} \binom{4}{1} + \binom{6}{2} \binom{4}{2} + \binom{6}{2} \binom{2}{1} \binom{1}{1} + \binom{6}{1} \binom{4}{3}$$

$$= 369$$

$$P(E) = \frac{369}{495} = \frac{41}{55}$$