

ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัยแบบ 4 ตัวเลือก จำนวน 55 ข้อ

1. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. ถ้า $(p \vee q) \rightarrow r$ และ $(q \rightarrow r) \rightarrow s$ ต่างมีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้ว $(p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$ มีค่าความจริงเป็นจริง
 ข. การอ้างเหตุผลข้างล่างนี้สมเหตุสมผล

- เหตุ 1. $\sim p \rightarrow \sim (q \vee r)$
 2. $q \wedge s$
 3. $\sim r$

ผล $s \rightarrow p$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
 3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

2. จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. ให้เอกภพสัมพัทธ์คือเซตของจำนวนเฉพาะบวกข้อความ $\forall x \exists y [x^2 + x + 1 = y]$ มีค่าความจริงเป็นจริง
 ข. นิเสธของข้อความ $\forall x [P(x) \rightarrow [Q(x) \vee R(x)]]$

คือ $\exists x [P(x) \wedge \sim Q(x) \wedge \sim R(x)]$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
 3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

3. กำหนดให้ A เป็นเซตคำตอบของสมการ

$$|x^2 + x - 2| \leq |x^2 - 4x + 3| \text{ และ } B = A - \{1\}$$

ถ้า a เป็นสมาชิกของ B ซึ่ง $a - b \geq 0$ ทุก $b \in B$ แล้วพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. $\frac{4}{3}a$ เป็นจำนวนคู่ ข. $\frac{5}{a}$ เป็นจำนวนคู่

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
 3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

4. กำหนดให้ A, B, C เป็นเซตใดๆ และ

$$n[(A \cap B') \cap (B' \cup C')] = 4, n(B) = 5,$$

$$n(A \cap B) = 2, n(C) = 7$$

จงหาว่า $n(P(A)) - n(P(B))$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1 2. 4
 3. 16 4. 32

5. ให้ $p(x) = x^2 + 7x + 3$ เมื่อหาร $p(x)$ ด้วย $x - p$ หรือ $x + q$ จะได้คำตอบเท่ากัน

โดยที่ $p \neq -q$ แล้ว $p - q$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 1 2. -5
 3. -7 4. -9

6. กำหนดให้ $U = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ และ

$$X = \{x \in U \mid \text{หรม.}(x, 100) = 1\}$$

ผลบวกของสมาชิกในเซต x เท่ากับข้อใด

1. 1000 2. 2000
 3. 3000 4. 5050

7. กำหนดให้ p, q และ r เป็นประพจน์ ถ้าประพจน์ $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ แล้วประพจน์ใดต่อไปนี้ที่มีค่าความจริงเป็นจริง

1. $(p \wedge q) \rightarrow r$ 2. $q \rightarrow (p \wedge r)$
 3. $P \wedge \sim q$ 4. $p \vee \sim q$

8. เอกภพสัมพัทธ์ในข้อใดทำให้ $\forall x [x^2 + 2x - 3 < 0]$ มีค่าความจริงเป็นจริง

1. $(-\infty, 3)$ 2. $(-2, -1)$
 3. $(0, 10)$ 4. $(1, \infty)$

9. กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มที่มีค่ามากที่สุด ซึ่งมีสมบัติว่า n หาร 551 และ 731 เหลือเศษ r เท่ากัน และ n หาร 1093

เหลือเศษ $r + 2$ แล้ว $\frac{r-1}{n}$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{17}$ 2. $\frac{1}{18}$
 3. $\frac{1}{19}$ 4. $\frac{1}{20}$

10. วงกลมวงหนึ่งมีจุดศูนย์กลาง อยู่ที่จุดศูนย์กลางของวงรีที่มีสมการเป็น $9x^2 + 4y^2 - 36x - 24y + 36 = 0$

ถ้าวงกลมนี้สัมผัสกับเส้นตรงที่ผ่านจุด $(1, 3)$ และ $(5, 0)$ แล้วรัศมีของวงกลมวงนี้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{3}{5}$ 2. $\frac{4}{5}$
 3. $\frac{7}{8}$ 4. $\frac{9}{13}$

11. ถ้า k, l, m เป็นจำนวนจริงที่ทำให้วงรี

$$kx^2 + ly^2 - 72x - 24y + m = 0$$

มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(4, 3)$ และสัมผัสแกน Y แล้วข้อใดต่อไปนี้ผิด

1. ความยาว แกนเอกเท่ากับ 12 หน่วย
 2. ความยาวแกนโทเท่ากับ 8 หน่วย
 3. ระยะห่างระหว่างจุดโฟกัสทั้งสองเท่ากับ $4\sqrt{5}$ หน่วย
 4. จุด $(2, 6)$ อยู่บนวงรี

12. กำหนดให้ $r = \{(x, y) \in R \times R \mid x^2 + y^2 = 16\}$

$$r = \{(x, y) \in R \times R \mid xy^2 + x + 3y^2 + 2 = 0\}$$

เซตในข้อใดต่อไปนี้ เป็นสับเซตของ $D_r - D_x$

1. $[-4, -1]$
2. $[-3, 0]$
3. $[-2, 1]$
4. $[-1, 2]$

13. กำหนดให้ f และ g เป็นฟังก์ชันซึ่งนิยามโดย $f(x) = x^2 + 1$

และ $g(x) = ax$ เมื่อ $a \in (0, 1)$ ถ้า k เป็นจำนวนที่ทำให้

$$(f \circ g)(k) = (g \circ f)(k) \text{ และ } (f \circ g^{-1})\left(\frac{1}{k^2}\right) \text{ มีค่าเท่ากับข้อใด}$$

ต่อไปนี้

1. 1
2. 2
3. 3
4. 4

14. ให้ $f, g : R \rightarrow R$ กำหนดโดย $f(x) = \frac{x}{|x|+1}$

และ $g(x) =$ จำนวนเต็มซึ่งน้อยที่สุดที่มากกว่าหรือเท่ากับ x

(เช่น $g(1.01) = 2, g(-6) = -6, g(-7.99) = -7$ เป็นต้น)

ถ้า $F(x) = (f \circ g)(x)$ และ $G(x) = (g \circ f)(x)$

แล้วข้อใดต่อไปนี้ เป็นเท็จ

1. $D_F = (-\infty, \infty)$
2. $R_F = (0, 1)$
3. $G(x) = 1$ เมื่อ $x > 0$
4. $G(x) = 0$ เมื่อ $x < 0$

15. ผลบวกของรากทั้งหมดของสมการ

$$\log_3\left(3^{\frac{1}{x}} + 27\right) = \log_3 4 + 1 + \frac{1}{2x} \text{ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้}$$

1. 0
2. $\frac{1}{2}$
3. $\frac{3}{4}$
4. 1

16. กำหนดให้ $A = \{z \in R \mid z = \frac{x}{y}\}$

$$\text{และ } 6 \log(x - 2y) = \log x^3 + \log y^3$$

ผลบวกของสมาชิกทั้งหมดในเซต A มีค่าเท่ากับข้อใด

ต่อไปนี้

1. 3
2. 4
3. 5
4. 6

17. กำหนดให้ $f(x) = x + 1, g \circ f(x) = \sqrt{x+1}$

$R_{g \circ f} - R_{f \circ g}$ คือ เซตในข้อใดต่อไปนี้

1. $[-1, 1]$
2. $[0, 1]$
3. $[0, 1]$
4. $[-1, 1)$

18. กำหนดให้

$$U = \{f \mid f \text{ เป็นฟังก์ชัน และ } f \subset \{1, 2, 3, 4\} \times \{a, b\}\}$$

$$A = \{f \mid f \text{ เป็นฟังก์ชัน ซึ่ง } R_f = \{a, b\} \text{ และมีจำนวนสมาชิกในโดเมน} = 3\}$$

จำนวนสมาชิกของเซต A เท่ากับเท่าใด

1. 12
2. 14
3. 16
4. 24

19. กำหนดฟังก์ชัน f และ g ดังนี้

$$f(2x-1) = 4x-a, a > 0$$

$$\text{และ } g^{-1}(x) = \sqrt{x+1}$$

$$\text{ถ้า } (f \circ g)(a) = a^2 + 20$$

แล้ว $f(a)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 6
2. 7
3. 10
4. 17

20. ให้ $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + 2\vec{k}$ และ $\vec{v} = 2a\vec{i} - 3b\vec{j}$

โดยที่ a, b เป็นจำนวนเต็มบวกและ θ เป็นมุมระหว่าง \vec{u}

และ \vec{v} ถ้า $|\vec{u}| = 3$ และ $\cos \theta = \frac{1}{3}$ แล้ว $\vec{u} \times \vec{v}$ มีค่าเท่า

กับข้อใดต่อไปนี้

1. $6\vec{i} + 8\vec{j} - 10\vec{k}$
2. $-6\vec{i} - 8\vec{j} + 10\vec{k}$
3. $12\vec{i} + 4\vec{j} - 10\vec{k}$
4. $-12\vec{i} + 4\vec{j} + 10\vec{k}$

21. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

$$\text{ก. } \tan 14^\circ + \tan 76^\circ = 2 \operatorname{cosec} 28^\circ$$

$$\text{ข. ถ้า } x > 0 \text{ และ } \sin(2 \arctan x) = \frac{4}{5} \text{ แล้ว } x \in \left(\frac{1}{3}, 3\right)$$

ข้อใดต่อไปนี้ ถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก
2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก
4. ก. ผิด และ ข. ผิด

22. $\sin(\arctan 2 + \arctan 3)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{1}{2}$
2. $-\frac{1}{\sqrt{2}}$
3. $\frac{1}{\sqrt{2}}$
4. $\frac{1}{2}$

23. ให้ $\vec{u} = \vec{i} + 3\vec{j}, \vec{v} = 2\vec{i} + \vec{j}$

ถ้า θ เป็นมุมระหว่าง $(\vec{u} + \vec{v})$ และ $(\vec{u} - \vec{v})$ แล้ว

$\cos \theta$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{\sqrt{5}}$
2. $\frac{2}{\sqrt{5}}$
3. $\frac{1}{5}$
4. $\frac{2}{5}$

24. กำหนดให้ $|\vec{u} - \vec{v}| = 3$ และ $\vec{u} \cdot \vec{v} = -2$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $\vec{u} + \vec{v}$ เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วย

ข. $|\vec{u}|^2 + |\vec{v}|^2 = 3$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

25. ถ้า $Z_1 = \cos 12^\circ + i \sin 12^\circ$

และ $Z_2 = -\cos 16^\circ - i \sin 16^\circ$

แล้ว $\left(\frac{Z_1}{Z_2}\right)^{15}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 2. $\frac{1 + \sqrt{3}i}{2}$
3. $\frac{-\sqrt{3} + i}{2}$ 4. $\frac{-\sqrt{3} - i}{2}$

26. กำหนดฟังก์ชันจุดประสงค์และอสมการข้อจำกัดเป็นดังนี้

$$C = 40x + 32y$$

$$6x + 2y \geq 12$$

$$2x + 2y \leq 8$$

$$4x + 12y \geq 24$$

ค่าต่ำสุดของ C เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 108 2. 112
3. 136 4. 152

27. จำนวนเชิงซ้อน $\alpha = 1 + i$ เป็นคำตอบของสมการในข้อใดต่อไปนี้

1. $\alpha^4 - 2\alpha^2 + 4\alpha = 0$ 2. $\alpha^4 - 2\alpha^2 - 4\alpha = 0$
3. $\alpha^4 + 2\alpha^2 - 4\alpha = 0$ 4. $\alpha^4 + 2\alpha^2 + 4\alpha = 0$

28. กราฟของจุด α ทั้งหมดในระนาบเชิงซ้อน ที่สอดคล้องสมการ $(\alpha + i)(\bar{\alpha} - i) = 1$ เป็นรูปใดต่อไปนี้

1. เส้นตรง 2. วงกลม
3. วงรี 4. ไฮเพอร์โบล่า

29. กำหนดเมทริกซ์ A และ B ดังนี้

$$A = \begin{bmatrix} x^2 & -2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} & x \end{bmatrix} \text{ และ } B = \begin{bmatrix} -2 & -4x \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$$

โดยที่ x เป็นจำนวนจริงถ้า $\det(2A) = -76$

แล้วเมทริกซ์ C ในข้อใดต่อไปนี้ที่ทำให้ค่าของ $\det(BC)$ อยู่ภายในช่วง $(-100, -50)$

1. $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ 2. $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$
3. $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ 4. $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix}$

30. พิจารณาลำดับ a_n และ b_n ซึ่ง

$$a_n = \begin{cases} \frac{n^2}{2n+1} & \text{เมื่อ } n \leq 100 \\ 2 & \text{เมื่อ } n > 100 \end{cases}$$

$$\text{และ } b_n = \begin{cases} 2 & \text{เมื่อ } n \leq 100 \\ \frac{n^2}{2n+1} & \text{เมื่อ } n > 100 \end{cases}$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. a_n และ b_n เป็นลำดับคู่เข้า
2. a_n และ b_n เป็นลำดับคู่ออก
3. a_n เป็นลำดับคู่เข้า และ b_n เป็นลำดับคู่ออก
4. a_n เป็นลำดับคู่ออก และ b_n เป็นลำดับคู่เข้า

31. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{เมื่อ } x < 0 \\ 2x-1 & \text{เมื่อ } 0 \leq x < 1 \\ 3x & \text{เมื่อ } x \geq 1 \end{cases}$

ค่าของ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x^2) + \lim_{x \rightarrow 0^+} f(1-x)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0 2. 1
3. 2 4. 3

32. ถ้า $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{เมื่อ } x > 1 \\ x-1 & \text{เมื่อ } 0 < x \leq 1 \\ 0 & \text{เมื่อ } x \leq 0 \end{cases}$

แล้ว $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x^2) + \lim_{x \rightarrow 1^+} \left[\frac{f(x-1)}{x+2} \right]$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $-\frac{4}{3}$ 2. -1
3. 0 4. $\frac{1}{3}$

33. กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันพหุนามกำลังสาม ซึ่งนิยามบนช่วง $[-2, 2]$ โดยที่ $f(0) = 1, f(1) = 0$ และ f มีค่าต่ำสุดที่ $x = 1$ มีค่าสูงสุดที่ $x = -1$ พิจารณาข้อความต่อไปนี้

- ก. $f(-2) \leq f(x)$ ทุก $x \in [-2, 2]$
ข. $f(2) \geq f(x)$ ทุก $x \in [-2, 2]$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ถูก และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ผิด และ ข. ผิด

34. กำหนดให้ z เป็นจำนวนเชิงซ้อน พิจารณาข้อความต่อไปนี้

ก. $|z + \bar{z}|^2 + |z - \bar{z}|^2 = 2|z|^2 + 2|\bar{z}|^2$

ข. $z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$ แล้ว $z^{50} = \sqrt{3} + i$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. ก. ถูก และ ข. ถูก 2. ก. ผิด และ ข. ผิด
3. ก. ผิด และ ข. ถูก 4. ก. ถูก และ ข. ผิด

35. กำหนดให้ พจน์ที่ n ของลำดับสองลำดับดังนี้

$$a_n = \frac{n^4 + 1}{1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3}$$

$$b_n = \sqrt{4x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 3x + 1} - 3x$$

$\lim_{n \rightarrow \infty} (a_n + b_n)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2 2. 3.5
3. 4.5 4. 5.5

36. ให้ a เป็นจำนวนจริง

$$\text{กำหนดให้ } f(x) = \begin{cases} \frac{3x-9}{\sqrt{3x-3}} & , x > 3 \\ ax^2 - 6a & , x \leq 3 \end{cases}$$

แล้ว f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องแล้ว $f'(a)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 2 2. 4
3. 8 4. 10

37. ถ้าจุด A บนเส้นโค้ง $y = 2x^3 - x^2$ ทำให้เส้นสัมผัส

เส้นโค้งที่จุดนั้นตั้งฉากกับเส้นตรง $x + 4y = 10$ แล้วสมการเส้นสัมผัสที่โค้งนี้ ที่ผ่านจุด A ในควอดรันต์ที่ 1 มีระยะตัดแกน y ตรงกับ ข้อใดต่อไปนี้

1. -2 2. -3
3. -4 4. 3

38. กำหนดให้ $f(x) = \sqrt{3x+1}$ ถ้า g เป็นฟังก์ชัน

ซึ่ง $f \circ g(x) = x^2 + 1$ ทุก $x \in \mathbb{R}$ แล้ว $f'(1) + g'(1)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{41}{12}$ 2. $\frac{35}{12}$
3. $\frac{33}{4}$ 4. $\frac{39}{4}$

39. กำหนดตารางแสดงเงินค่าอาหารกลางวันที่นักเรียนห้องหนึ่งได้รับจากผู้ปกครองดังนี้

ค่าอาหารกลางวัน (บาท)	จำนวนนักเรียน (คน)
29 - 31	1
32 - 34	4
35 - 37	5
38 - 40	5
41 - 43	5

ค่าเฉลี่ยเลขคณิต, ค่ามัธยฐาน และส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ตามลำดับ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 37.35, 37.5 และ 3 2. 37.5, 37.5 และ 3
3. 37.35, 37.5 และ 3.5 4. 37.35, 37.0 และ 3

40. โรงงานแห่งหนึ่งมีพนักงานจำนวน 40 คน และตารางแจกแจงความถี่สะสมของอายุพนักงานเป็นดังนี้

อายุ (ปี)	ความถี่สะสม
11-20	6
21-30	14
31-40	26
41-50	36
51-60	40

ถ้าผู้จัดการมีอายุ 48.5 ปีแล้ว พนักงานที่มีอายุระหว่างค่ามัธยฐานของพนักงาน และอายุของผู้จัดการมีจำนวนประมาณเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 31.5% 2. 33.7%
3. 35.0% 4. 37.0%

41. จากตารางการแจกแจงความถี่ต่อไปนี้

ช่วงคะแนน	ความถี่
96 - 105	3
86 - 95	7
76 - 85	10
66 - 75	y
56 - 65	x
46 - 55	4

ถ้าข้อมูลชุดนี้มี $Q_1 = 65.5$ และมีมัธยฐานเท่ากับ 75.5 แล้ว ส่วนเบี่ยงเบนควอร์ไทล์ของข้อมูลมีค่าเท่ากับข้อใด

1. 5 2. 10
3. 15 4. 20

42. นักเรียนห้องหนึ่งเป็นนักเรียนหญิง 20 คน นักเรียนชาย 30 คน มีค่าเฉลี่ยของน้ำหนักของนักเรียนห้องนี้เท่ากับ 24.6 กิโลกรัม สมศรีเป็นนักเรียนหญิงที่มีน้ำหนัก a กิโลกรัม คิดเป็นค่ามาตรฐานของน้ำหนักในกลุ่มนักเรียนหญิงเท่ากับ b สมชาย เป็นนักเรียนชายที่มีน้ำหนัก a กิโลกรัม คิดเป็นค่ามาตรฐานของน้ำหนักในกลุ่มของนักเรียนชายเท่ากับ b

ถ้า สัมประสิทธิ์ของการแปรผันเฉพาะกลุ่มนักเรียนหญิง เท่ากับ 0.125
สัมประสิทธิ์ของการแปรผันเฉพาะกลุ่มนักเรียนชาย เท่ากับ 0.16
ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเฉพาะกลุ่มนักเรียนชายเท่ากับ 4 แล้วข้อใดต่อไปนี้ถูก

1. $a = 22, b = -1.1$ 2. $a = 22, b = -1$
3. $a = 21, b = -1.1$ 4. $a = 21, b = -1$
43. จัดคน 8 คน ซึ่งมี สมชาย สมคิดและสมศรีรวมอยู่ด้วยเข้า นั่งเรียงกันเป็นแถวตรง โดยที่สมศรีนั่งกลางติดกับสมชาย และสมคิดเสมอจำนวนวิธีการจัดที่นั่งดังกล่าวมีค่าเท่ากับ ข้อใดต่อไปนี้
1. 360 2. 720
3. 1080 4. 1440
44. กล้องใบหนึ่งมีบัตร 10 ใบ แต่ละใบมีเลข 0, 1, 2, ..., 9 บัตร หนึ่งใบหมายเลข ถ้าหยิบบัตรจากกล่องพร้อมกัน 3 ใบ ความ น่าจะเป็นที่จะได้บัตรหมายเลขคู่ทุกใบ และมีแต้มรวมกัน มากกว่า 10 มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. $\frac{1}{12}$ 2. $\frac{1}{15}$
3. $\frac{1}{20}$ 4. $\frac{1}{30}$
45. มีเลข 8 จำนวนเป็นเลขบวก 6 จำนวน ซึ่งเป็นเลขคู่ 3 จำนวน จำนวนคี่ 3 จำนวน และมีจำนวนลบ 2 จำนวน ซึ่งเป็นจำนวน คู่ 1 จำนวนจำนวนคี่ 1 จำนวน ถ้าสุ่มตัวเลขดังกล่าวมา 4 จำนวน แล้ว ความน่าจะเป็นที่ผลคูณของเลขทั้งสี่จะมีค่าน้อยกว่า 0 และเป็นเลขคี่ มีค่าเท่ากับข้อใด
1. $\frac{14}{70}$ 2. $\frac{10}{70}$
3. $\frac{28}{70}$ 4. $\frac{1}{70}$
46. กำหนดให้ความน่าจะเป็นที่หลอดไฟฟ้าในห้องน้ำเสียเท่ากับ 0.2 ความน่าจะเป็นที่หลอดไฟฟ้าในครัวเสียเท่ากับ 0.1 ความน่าจะเป็นที่หลอดไฟฟ้าในห้องน้ำหรือห้องครัวเสียเท่ากับ 0.25 แล้วความน่าจะเป็นที่หลอดไฟฟ้าในห้องน้ำและห้องครัวเสีย พร้อมกัน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้
1. 0.3 2. 0.1

3. 0.05 4. 0.75

47. คะแนนสอบของนักเรียนห้องหนึ่งมีค่าสัมประสิทธิ์ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 1.2 และส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 14.4 ถ้านักเรียนในห้องนี้มี 10 คน และผลรวมกำลังสองของคะแนนนักเรียนทั้งห้องเท่ากับ 1530 คะแนนแล้วสัมประสิทธิ์การแปรผันของคะแนนสอบเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 0.1 2. 0.25
3. 0.3 4. 3

48. ข้อมูลชุดหนึ่งประกอบด้วย $X_1, X_2, X_3, \dots, X_{20}$

$$\text{โดยมีสมบัติดังนี้ } \sum_{i=1}^{20} (x_i - b)^2 = 500, \sum_{i=1}^{20} |x_i - a|$$

$$\text{มีค่าน้อยที่สุดเมื่อ } a = 5 \text{ และ } \sum_{i=1}^{20} (x_i - b)^2$$

$$\text{มีค่าน้อยที่สุดเมื่อ } b = 8$$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

1. ข้อมูลชุดนี้มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตน้อยกว่าค่ามัธยฐาน
2. ผลรวมของข้อมูลชุดนี้ทั้งหมดเท่ากับ 100
3. ส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับ 5
4. สัมประสิทธิ์ของการแปรผันของข้อมูลชุดนี้มีค่าเท่ากับ 50 %

49. ข้อมูลชุดหนึ่งมีการแจกแจงแบบปกติ โดยที่ ค่าสูงสุดของข้อมูลมีค่าเท่ากับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 97.5 ค่าต่ำสุดของข้อมูลมีค่าเท่ากับเปอร์เซ็นต์ไทล์ที่ 33 ถ้าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ 10 แล้ว พิสัยของข้อมูลชุดนี้เท่ากับ ข้อใด โดยกำหนดตารางแสดงพื้นที่ใต้โค้งดังนี้

Z	0.44	1.96
A	0.17	0.475

1. 25 2. 26
3. 27 4. 28

50. ราคาต่อหน่วยของคอร์สเรียนในกรุงเทพฯเป็นเวลาสามปี ติดต่อกันเป็นดังนี้

สถาบัน	ราคาคอร์ส(บาท)		
	2545	2546	2547
Genius	2000	a	2360
NEO	1500	1800	1875
DAV'	1250	1250	1125

โดยใช้ปี 2545 เป็นปีฐาน ถ้าดัชนีราคาอย่างง่ายแบบใช้ค่าเฉลี่ยราคาสัมพัทธ์ของราคาคอร์สทั้งสามสถาบันของปี 2546 มีค่ามากกว่าปี 2545 เท่ากับ 1 แล้ว a มีค่าเท่ากับข้อใด

1. 2200 2. 2220
3. 2222 4. 2000

51. กล่องใบหนึ่งมีลูกหินสีขาว 5 ลูก สีเขียว 3 ลูก สีน้ำเงิน 2 ลูก ถ้าหยิบลูกหินอย่างสุ่ม ครั้งละ 1 ลูก โดยไม่ใส่คืน 3 ครั้งแล้ว ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกหินสีเดียวกันอย่างน้อย 2 ลูก มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{24}$ 2. $\frac{23}{24}$
3. $\frac{1}{4}$ 4. $\frac{3}{4}$

52. ในโรงเรียนแห่งหนึ่ง มีนักกีฬาฟุตบอลและนักกีฬาบาสเกตบอล รวมกัน 30 คน เป็นนักกีฬาฟุตบอล 17 คน และนักกีฬาบาสเกตบอล 18 คน ถ้าจะเลือกประธานกีฬาของโรงเรียน 1 คน และรองประธานกีฬา 1 คน จากนักกีฬากลุ่มนี้ โดยที่ประธานต้องเป็นทั้งนักกีฬาฟุตบอลและนักกีฬาบาสเกตบอลแล้ว จำนวนวิธีการเลือกตั้งกล่าวมีทั้งหมดเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 125 2. 130
3. 145 4. 150

53. ถ้าต้องการเขียนจำนวนที่มี 7 หลัก โดยใช้ตัวเลขโดด 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 และให้มีเลขโดด 3, 4, 5 อยู่ติดกันตรงกลางระหว่างเลขโดดคู่และเลขโดดคี่ โดยแต่ละจำนวนไม่มีเลขซ้ำแล้วจะเขียนได้ทั้งหมดเป็นจำนวนเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. 8 2. 16
3. 24 4. 48

54. โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียนชั้น ม. 6 จำนวน 300 คน สมชาย สมศักดิ์ และสมศรี เป็นนักเรียนชั้น ม. 6 ของโรงเรียนนี้ โดยที่

เกรดเฉลี่ยของสมชายอยู่ในตำแหน่งเดซิมาลที่ 8.15

เกรดเฉลี่ยของสมศักดิ์คิดเป็นค่ามาตรฐานเท่ากับ 1

นักเรียนชั้น ม.6 ที่ได้เกรดเฉลี่ยมากกว่าสมศรีมีจำนวน 50 คน

ถ้าสมมติว่าเกรดเฉลี่ยของนักเรียนชั้น ม. 6 มีการแจกแจง

ปกติ ข้อใดต่อไปนี้ เป็นรายชื่อนักเรียนเรียงลำดับจาก

คนที่ได้เกรดเฉลี่ยมากที่สุดไปน้อยที่สุด

(กำหนดพื้นที่ใต้โค้งปกติ $Z = 0$ ถึง $Z = 1$ มีค่าเท่ากับ 0.3413)

1. สมชาย สมศักดิ์ สมศรี 2. สมศักดิ์ สมศรี สมชาย
3. สมศรี สมศักดิ์ สมชาย 4. สมศักดิ์ สมชาย สมศรี

55. ในการจัดคน 6 คน ซึ่งมี นาย ก และนาย ข รวมอยู่ด้วย เข้าพักในห้อง 3 ห้อง โดยที่ห้องที่หนึ่งพักได้ 3 คน ห้องที่สองพักได้ 2 คน และห้องที่สามพักได้ 1 คน ความน่าจะเป็นที่นาย ก และนาย ข จะได้พัก ห้อง เดียวกันเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

1. $\frac{1}{15}$ 2. $\frac{3}{15}$
3. $\frac{4}{15}$ 4. $\frac{5}{15}$

ตอนที่ 2 ข้อสอบแบบอัตนัย (จำนวน 10 ข้อ)

1. กำหนดให้ n เป็นจำนวนเต็มบวกที่มีค่าน้อยที่สุดซึ่งหารด้วย 7 แล้วมีเศษเหลือเท่ากับ 4 ถ้า 9 และ 11 ต่างก็หาร $(n-2)$ ลงตัวแล้ว n คือจำนวนใด

2. ถ้าเส้นกำกับของไฮเพอร์โบลา

$$16x^2 - 9y^2 + 32x + 36y = 164$$

ตัดแกน x ที่จุด x_1, x_2 แล้ว ระยะระหว่าง x_1, x_2 ยาวกี่หน่วย

3. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} \frac{-1 + \sqrt{1 + 4x^2}}{2x} & \text{เมื่อ } x \neq 0 \\ 0 & \text{เมื่อ } x = 0 \end{cases}$

ถ้า $f^{-1}(a) = \frac{2}{3}$ แล้ว a มีค่าเท่ากับเท่าใด

4. กำหนดให้ $\vec{u} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$ ถ้า $\vec{w} = a\vec{i} + b\vec{j}$

โดยที่ \vec{w} มีทิศทางเดียวกันกับ \vec{u} และ $|\vec{w}| = 10$ แล้ว

$a + b$ เท่ากับเท่าใด

5. ถ้าข้อมูลชุดหนึ่งมีสัมประสิทธิ์ของส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 0.12 ส่วนเบี่ยงเบนเฉลี่ยเท่ากับ 6 ละส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 10 แล้ว สัมประสิทธิ์ของการแปรผันมีค่าเท่ากับเท่าใด

6. ให้ θ เป็นจำนวนจริง ซึ่งสอดคล้องกับสมการ

$$\frac{1}{\tan^2 \theta} + \frac{1}{\cot^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\cos^2 \theta} = 7 \text{ แล้ว } \tan^2 2\theta \text{ มีค่าเท่าใด}$$

7. ถ้า $\frac{1}{a} + \frac{1}{3} + \frac{a}{3^2} + \frac{a^2}{3^3} + \dots$ เป็นอนุกรมเรขาคณิตซึ่งมีผลบวกเท่ากับ $\frac{4}{3}$ แล้ว a มีค่าเท่าใด

8. กำหนดให้

$$A = \begin{bmatrix} 3 & x & 3 \\ 2 & 0 & 9 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

เมื่อ x เป็นจำนวนจริง

$$\text{ถ้า } \left[\begin{array}{ccc|ccc} 3 & x & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 9 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 9 & 5 & -36 \\ 0 & 1 & 0 & -5 & -3 & 21 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -1 & 8 \end{array} \right]$$

แล้ว x มีค่าเท่ากับเท่าใด

9. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์พบว่าคะแนนของนักเรียนมีการแจกแจงปกติส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์เท่ากับ 6 สัมประสิทธิ์ควอไทล์เท่ากับ 0.6 คะแนนเฉลี่ยของการสอบครั้งนี้มีค่าเท่ากับเท่าใด
10. ถ้าความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลชุดหนึ่งระหว่างตัวแปร x และ y มีกราฟเป็นเส้นตรงโดยที่

$$\sum_{i=1}^8 X_i = 32, \quad \sum_{i=1}^8 Y_i = 16, \quad \sum_{i=1}^8 X_i Y_i = 65,$$

$$\sum_{i=1}^8 X_i^2 = 140,$$

$$\sum_{i=1}^8 Y_i^2 = 34$$

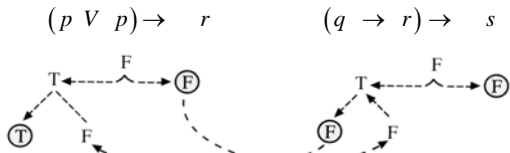
ถ้า $x = 8$ แล้วจะประมาณค่า y ได้เท่าใด

(ตอบเป็นทศนิยมสองตำแหน่ง)

ตอนที่ 1 ข้อสอบปรนัย จำนวน 55 ข้อ

1. ตอบ 3.

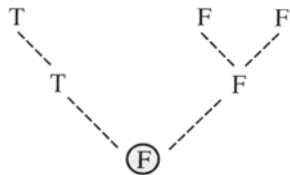
แนวคิด ข้อ ก กำหนดให้ $(p \vee p) \rightarrow r$ และ $(q \rightarrow r) \rightarrow s$ ต่างมีค่าความจริงเป็นเท็จ สามารถนำมาหาค่าความจริงของประพจน์ p, q, r ได้ ดังแผนภาพต่อไปนี้



สรุป p, q, r และ s มีค่าความจริงเป็น T, F, F, F ตามลำดับ

ดังนั้น ประพจน์ $(p \vee q) \rightarrow (r \vee s)$

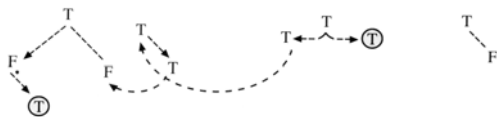
มีค่าความจริงเป็นเท็จ



สรุป ข้อ ก ผิด

ข้อ ข ให้เหตุผลทุกเหตุที่มีค่าความจริงเป็นจริง แล้วหาค่าความจริง และ ดังแผนภาพต่อไปนี้

$$\sim p \rightarrow \sim (q \vee r) \quad q \wedge s \quad \sim r$$



นั่นคือ s เป็นจริง และ p เป็นจริง

ดังนั้น ผล $s \rightarrow p$ มีค่าความจริงเป็นจริง

การอ้างเหตุผลดังกล่าวสมเหตุสมผล

สรุป ข้อ ข ถูก

2. ตอบ 3.

แนวคิด

ข้อ ก ผิด เพราะที่กำหนดให้ เอกภพสัมพัทธ์คือ เซตของจำนวนเฉพาะบวก

จาก $x^2 + x + 1 = y$

จะพบว่า ถ้า $x = 7$ ซึ่งเป็นจำนวนเฉพาะบวก จะได้

$$7^2 + 7 + 1 = y$$

$$y = 57 = 3 \times 19$$

ค่า y ดังกล่าวไม่ใช่จำนวนเฉพาะบวก

แสดงว่ามีค่า x ในเอกภพสัมพัทธ์บางค่าที่ทำให้ y ไม่อยู่ในเอกภพสัมพัทธ์

ดังนั้น $\forall x \exists y [x^2 + x + 1 = y]$ มีค่าความจริงเป็นเท็จ

เมื่อเอกภพสัมพัทธ์เป็นจำนวนเฉพาะบวก

ข้อ ข ถูก เพราะ

นิเสธของ $\forall x [P(x) \rightarrow [Q(x) \vee R(x)]]$

คือ $\exists x [\sim (P(x) \rightarrow [Q(x) \vee R(x)])]$

สมมูลกับ $\exists x [(P(x) \wedge \sim [Q(x) \vee R(x)])]$

สมมูลกับ $\exists x [(P(x) \wedge \sim Q(x) \wedge \sim R(x))]$

3. ตอบ 3.

แนวคิด จาก $|x^2 + x - 2| \leq |x^2 - 4x + 3|$

จะได้ $(x^2 + x - 2)^2 \leq (x^2 - 4x + 3)^2$

$$(x^2 + x - 2)^2 - (x^2 - 4x + 3)^2 \leq 0$$

$$(x^2 + x - 2 - x^2 + 4x - 3)$$

$$(x^2 + x - 2 + x^2 - 4x + 3) \leq 0$$

$$(5x - 5)(2x^2 - 3x + 1) \leq 0$$

$$5(x - 1)(2x - 1)(x - 1) \leq 0$$

$$5(x - 1)^2(2x - 1) \leq 0$$

จะพบว่า $x = 1$ อสมการดังกล่าวเป็นจริง

ถ้า $x \neq 1$ จะได้ $2x - 1 \leq 0$

$$x \leq \frac{1}{2}$$

นั่นคือ $A = (-\infty, \frac{1}{2}] \cup \{1\}$

เนื่องจาก $B = A - \{1\}$

$$B = (-\infty, \frac{1}{2}]$$

จาก $a \in B$ และ $a - b \geq 0$ ทุกๆ $b \in B$

แสดงว่า $a \in B$ และ $a \geq b$ ทุกๆ $b \in (-\infty, \frac{1}{2}]$

จะได้ $a = \frac{1}{2}$

ดังนั้น

ข้อ ก ผิด เพราะ $\frac{4}{3}a = \frac{4}{3}(\frac{1}{2}) = \frac{2}{3}$ ไม่เป็นจำนวนคู่

ข้อ ข ถูก เพราะ $\frac{5}{a} = 5(\frac{2}{1}) = 10$ เป็นจำนวนคู่

4. ตอบ 4. 32

5. ตอบ 3. -7

6. ตอบ 2. 2000

7. ตอบ 1. $(p \wedge q) \rightarrow r$

8. ตอบ 2. $(-2, -1)$

9. ตอบ 2.

แนวคิด จากเงื่อนไข n หาร 551 และ 731

เหลือเศษ r เท่ากับ

$$\text{จะได้ } 551 = nx + r$$

$$731 + ny + r$$

จากเงื่อนไข n หาร 1093 เหลือเศษ $r+2$

$$\text{จะได้ } 1093 = nz + (r+2)$$

$$\text{นั่นคือ } 1091 = nz + r$$

$$(2)-(1) \text{ ได้ } 180 = n(y-x)$$

$$(3)-(1) \text{ ได้ } 540 = n(z-x)$$

$$(3)-(2) \text{ ได้ } 360 = n(z-y)$$

จากรูปแบบดังกล่าว แสดงว่า n หาร 180, 540 และ 360 ลงตัวเนื่องจากกำหนดให้เป็นจำนวนเต็มบวกที่มากที่สุด

ดังนั้น คือ ห.ร.ม. ของ 180, 540 และ 360

นั่นคือ $n = 180$

นำไป 180 ไปหาร 551 จะเหลือเศษ 11 $\Rightarrow r = 11$

$$\text{ดังนั้น } \frac{r-1}{n} = \frac{11-1}{180} = \frac{1}{18}$$

10. ตอบ 1.

แนวคิด จุดศูนย์กลางวงกลมอยู่ที่จุดศูนย์กลางวงรี

จะได้ว่า จาก

$$9x^2 + 4y^2 - 36x - 24y + 36 = 0$$

$$\text{จุดศูนย์กลางวงรี } \left(\frac{+36}{18}, \frac{+24}{8} \right) = (+2, +3)$$

= จุดศูนย์กลางวงกลม

สร้างสมการเส้นตรงที่มี $(1,3)$ และ $(5,0)$ เป็นจุดผ่าน

$$\therefore m = \frac{0-3}{5-1} = \frac{-3}{4}$$

$$\therefore y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 3 = \frac{-3}{4}(x - 1)$$

$$y - 3 = \frac{-3}{4}x + \frac{3}{4}$$

$$3x + 4y - 15 = 0$$

เส้นตรงสัมผัสวงกลม

$$\therefore r = \frac{|Ax_1 + By_1 + C|}{\sqrt{A^2 + B^2}}$$

; สูตรระยะทางตั้งฉากของเส้นตรงกับจุด

$$= \frac{|3(2) + 4(3) + 5|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{3}{5}$$

11. ตอบ 4.

แนวคิด จากสมการวงรี $kx^2 + ly^2 - 72x - 24y + m = 0$

เนื่องจาก จุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(4, 3)$

$$\text{จะได้ } \frac{72}{2k} = 4 \text{ และ } \frac{24}{2l} = 3$$

$$k = 9 \text{ และ } l = 4$$

ดังนั้น สมการคือ $9x^2 + 4y^2 - 72x - 24y + m = 0$

เนื่องจากวงรีสัมผัสแกน y ที่จุด $(0, 3)$

ดังนั้น $(0, 3)$ เป็นจุดบนวงรี

นั่นคือ

$$9(0^2) + 4(3^2) - 72(0) - 24(3) + m = 0$$

$$36 - 72 + m = 0$$

$$m = 0$$

จะได้ สมการวงรี คือ

$$9x^2 + 4y^2 - 72x - 24y + 36 = 0$$

ทำให้อยู่ในรูปแบบ

$$9(x-4)^2 + 4(y-3)^2 = 144$$

$$\frac{(x-4)^2}{16} + \frac{(y-3)^2}{36} = 1$$

จะได้ $a^2 = 36 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow 2a = 12$

แสดงว่า ความยาวแกนเอกเท่ากับ 12 หน่วย

$$b^2 = 16 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow 2b = 8$$

แสดงว่า ความยาวแกนโทเท่ากับ 8 หน่วย

$$c^2 = a^2 - b^2 = 36 - 16 = 20$$

$$c = 2\sqrt{5} \Rightarrow 2c = 4\sqrt{5}$$

แสดงว่า ระยะห่างระหว่างจุดโฟกัสทั้งสองเท่ากับ

$4\sqrt{5}$ หน่วย

พิจารณาจุด $(2, 6)$

ถ้า $x = 2$ และ $y = 6$ แทนในสมการ

$$\text{จะได้ } 9(2)^2 + 4(6) - 72(2) - 24(6) + 36$$

แสดงว่า จุด $(2, 6)$ ไม่ใช่จุดบนวงรี (ข้อ 4 ผิด)

12. ตอบ 4.

แนวคิด

$$\text{จาก } r = \{(x, y) \in R \times R \mid x^2 + y^2 = 16\}$$

จะพบว่า ความสัมพันธ์ มีกราฟเป็นรูปวงกลมที่มีจุด

ศูนย์กลางที่จุดกำเนิด และมีรัศมีเท่ากับ 4

$$\text{ดังนั้น } D_r = [-4, 4] \dots (1)$$

$$\text{จาก } s = \{(x, y) \in R \times R \mid xy^2 + x + 3y^2 + 2 = 0\}$$

$$\text{พิจารณา } xy^2 + x + 3y^2 + 2 = 0$$

$$xy^2 + 3y^2 = -x - 2$$

$$(x+3)y^2 = -x - 2$$

$$y^2 = \frac{-x-2}{x+3}$$

นั่นคือ $\frac{-x-2}{x+3} \geq 0$ และ $x \neq -3$

$$\frac{x+2}{x+3} \leq 0 \quad \text{และ } x \neq -3$$

แสดงว่า $-3 < x \leq -2$

ดังนั้น $D_s = (-3, -2] \quad \dots (2)$

จาก (1) และ (2)

$$D_r - D_s = [-4, 4] - (-3, 2] \\ = [-4, -3] \cup (-2, 4]$$

จะพบว่า $[-1, 2] \subset D_r - D_s$

13. ตอบ 2.

แนวคิด จาก $f(x) = x^2 + 1$ และ $g(x) = ax$

เมื่อ $a \in (0, 1)$

กำหนดให้ $(f \circ g)(k) = (g \circ f)(k)$

จะได้ $f(g(k)) = g(f(k))$

$$f(ak) = g(k^2 + 1)$$

$$(ak)^2 + 1 = a(k^2 + 1)$$

$$a^2k^2 + 1 = ak^2 + a$$

$$a^2k^2 - ak^2 = a - 1$$

$$(a^2 - a)k^2 = a - 1$$

$$k^2 = \frac{a-1}{a^2-a}$$

$$k^2 = \frac{a-1}{a(a-1)} = \frac{1}{a} \quad (a \neq 1)$$

เนื่องจาก $(f \circ g^{-1})\left(\frac{1}{k^2}\right) = f\left(g^{-1}\left(\frac{1}{k^2}\right)\right)$

เพราะว่า $g(x) = ax$

จะได้ $g^{-1}(ax) = x$

ให้ $ax = \frac{1}{k^2} \Rightarrow x = \frac{1}{ak^2}$

ดังนั้น $g^{-1}\left(\frac{1}{k^2}\right) = \frac{1}{ak^2} = \frac{1}{a\left(\frac{1}{a}\right)} = 1$

นำไปแทนใน (1) จะได้

$$(f \circ g^{-1})\left(\frac{1}{k^2}\right) = f(1) = 1^2 + 1 = 2$$

14. ตอบ 2. $R_F = (0, 1)$

15. ตอบ 3.

$$\log_3\left(3^{\frac{1}{x}} + 27\right) = \log_3 4 + \log_3 3 + \log_3 3^{2x}$$

$$\log_3\left(3^{\frac{1}{x}} + 27\right) = \log_3(4)(3)(3^{2x})$$

$$\left(3^{\frac{1}{x}} + 27\right) = (12)(3^{2x})$$

ให้ $A = 3^{\frac{1}{2x}}, \quad A^2 = 3^{\frac{1}{x}}$

$$A^2 + 27 = 12 - A$$

$$A^2 - 12A + 27 = 0$$

$$(A-9)(A-3) = 0$$

$$A = 9 \quad \text{หรือ} \quad A = 3$$

$$3^{\frac{1}{2x}} = 3^2 \quad \text{หรือ} \quad 3^{\frac{1}{2x}} = 3^1$$

$$\frac{1}{2x} = 2 \quad \text{หรือ} \quad \frac{1}{2x} = 1$$

$$x = \frac{1}{4} \quad \text{หรือ} \quad x = \frac{1}{2}$$

ผลบวกของรากทั้งหมด คือ $\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

16. ตอบ 2.

แนวคิด จาก $6 \log(x-2y) = \log x^3 + \log y^3$

$$\log(x-2y)^6 = \log(x^3y^3)$$

$$(x-2y)^6 = (xy)^3$$

$$(x-2y)^2 = xy$$

$$x^2 - 4xy + 4y^2 = xy$$

$$x^2 - 5xy + 4y^2 = 0$$

$$(x-4y)(x-y) = 0$$

$$x = 4y, \quad x = y$$

$$\frac{x}{y} = 4 \quad \text{กรณีนี้ใช้ไม่ได้}$$

$$z = 4$$

เพราะทำให้จำนวนตามหลัง log เป็นจำนวนลบ

ดังนั้น สมาชิกในเซต A คือ 4 ผลบวกของสมาชิก

ใน A เท่ากับ 4

17. ตอบ 3. $[0, 1]$

18. ตอบ 4. 24

19. ตอบ 2. 7

20. ตอบ 1.

แนวคิด จาก $\vec{u} = a\vec{i} + b\vec{j} + 2\vec{k}$

จะได้ $|\vec{u}| = \sqrt{a^2 + b^2 + 4}$

จากที่กำหนดให้ $|\vec{u}| = 3$

ดังนั้น $\sqrt{a^2 + b^2 + 4} = 3$

$$a^2 + b^2 = 5$$

$$a^2 = 5 + b^2 \quad \dots (1)$$

จาก $\vec{v} = 2a\vec{i} - 3b\vec{j}$

จะได้ $\vec{u} \cdot \vec{v} = a(2a) + b(-3b) + 2(0)$

$$|\vec{u}||\vec{v}| \cos \theta = 2a^2 - 3b^2$$

$$3\sqrt{4a^2 + 9b^2} \left(\frac{1}{3}\right) = 2a^2 - 3b^2$$

$$\sqrt{4a^2 + 9b^2} = 2a^2 - 3b^2$$

จาก (1)

$$\sqrt{4(5-b^2) + 9b^2} = 2(5-b^2) - 3b^2$$

$$\sqrt{20-4b^2+9b^2} = 10-2b^2-3b^2$$

$$\sqrt{20+5b^2} = 10-5b^2$$

$$20+5b^2 = 100-100b^2+25b^4$$

$$25b^4 - 105b^2 + 80 = 0$$

$$5b^4 - 21b^2 + 80 = 0$$

$$(5b^2 - 16)(b^2 - 1) = 0$$

$$b^2 = \frac{16}{5} \quad b^2 = 1$$

$$b = \pm\sqrt{\frac{16}{5}} \quad b = \pm 1$$

กำหนดให้ และ เป็นจำนวนเต็มบวก

$$\text{ดังนั้น } b=1 \Rightarrow a^2=4 \text{ (จาก(1))}$$

$$a=2$$

$$\text{ดังนั้น } \vec{u} = 2\vec{i} + \vec{j} + 2\vec{k} \text{ และ } \vec{v} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 0 \end{vmatrix} \vec{i} - \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 4 & 0 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 4 & -3 \end{vmatrix} \vec{k}$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = 6\vec{i} + 8\vec{j} - 10\vec{k}$$

21.ตอบ 1.

แนวคิด ข้อ ก ถูก เพราะว่า

$$\begin{aligned} \tan 14^\circ + \tan 76^\circ &= \tan 14^\circ + \cot 14^\circ \\ &= \frac{\sin 14^\circ}{\cos 14^\circ} + \frac{\cos 14^\circ}{\sin 14^\circ} \\ &= \frac{\sin^2 14^\circ + \cos^2 14^\circ}{\sin 14^\circ \cos 14^\circ} \\ &= \frac{1}{\sin 14^\circ \cos 14^\circ} \\ &= \frac{2}{2 \sin 14^\circ \cos 14^\circ} \\ &= \frac{2}{\sin 28^\circ} \\ &= 2 \operatorname{cosec} 28^\circ \end{aligned}$$

ข้อ ข ถูก เพราะว่า

$$\text{จาก } \sin(2 \arctan x) = \frac{4}{5}$$

$$\text{ให้ } \arctan x = A \Rightarrow \tan A = x$$

$$\text{ดังนั้น } \sin 2A = \frac{4}{5}$$

$$2 \sin A \cos A = \frac{4}{5}$$

$$\sin A = \frac{2}{5 \cos A}$$

$$\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{2}{5 \cos^2 A}$$

$$\tan = \frac{2}{5} \sec^2 A$$

$$\tan A = \frac{2}{5}(1 + \tan^2 A)$$

$$\text{นั่นคือ } x = \frac{2}{5}(1+x)$$

$$5x = 2 + 2x^2$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 0$$

$$(2x-1)(x-2) = 0$$

$$x = \frac{1}{2}, 2$$

$$\text{แสดงว่า } x \in \left(\frac{1}{3}, 3\right)$$

22. ตอบ 3. แนวคิด $\sin(\arctan 2 + \arctan 3)$

$$\text{ให้ } \arctan 2 = A + \arctan 3 = B$$

$$= \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$$

$$= \frac{2}{\sqrt{50}} + \frac{3}{\sqrt{50}}$$

$$= \frac{5}{\sqrt{50}} = \frac{5}{5\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

23. ตอบ 1. $\frac{1}{\sqrt{5}}$

24. ตอบ 2. ก. ถูก และ ข. ผิด

25. ตอบ 1. $\frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$

26. ตอบ 1.

แนวคิด จากสมการข้อจำกัด นำมาเขียนกราฟได้ดังนี้

$$6x + 2y \geq 12, 2x + 2y \leq 8 \text{ และ } 4x + 12y \geq 24$$

จะพบว่า บริเวณที่เป็นไปตามเงื่อนไข คือ บริเวณแรเงา

PQR โดยมีจุดมุม 3 คือ

$$P(1,3), Q\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right) \text{ และ } R(3,1)$$

นำจุดทั้ง 3 ไปหาค่าต่ำสุดของฟังก์ชันจุดประสงค์ C

$$\text{จาก } C = 40x + 32y$$

$$\text{จุด } P(1,3) \Rightarrow C = 40(1) + 32(3) = 136$$

$$\text{จุด } Q\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right) \Rightarrow C = 40\left(\frac{3}{2}\right) + 32\left(\frac{3}{2}\right) = 108$$

$$\text{จุด } R(3,1) \Rightarrow C = 40(3) + 32(1) = 152$$

จะพบว่า ค่าต่ำสุด C เท่ากับ 108

27. ตอบ 1.

28. ตอบ 2.

29. ตอบ 1.

แนวคิด จาก

$$A = \begin{bmatrix} x^2 & -2\sqrt{2} \\ 2\sqrt{2} & x \end{bmatrix} \Rightarrow \det(A) = x^3 + 8$$

กำหนดให้ $\det(2A) = -76$

$$\text{จะได้ } 4 \det(A) = -76$$

$$\det(A) = -19$$

นั่นคือ $x^3 + 8 = -19$

$$x^3 = -27 \Rightarrow x = -3$$

จาก $B = \begin{bmatrix} -2 & -4x \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(B) = 8x$

แทนค่า จะได้ $\det(B) = 8(-3) = -24$

ดังนั้น $\det(BC) = \det(B)\det(C)$
 $= (-24)\det(C)$

กำหนดให้ $\det(BC)$ อยู่ในช่วง $(-100, 50)$

จะได้ $-100 < (-24)\det(C) < -50$

ดังนั้น เงื่อนไขคือ $\frac{50}{24} < \det(C) < \frac{100}{24}$

จากข้อ (1) $C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(C) = 3$

จากข้อ (2) $C = \begin{bmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(C) = -3$

จากข้อ (3) $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(C) = 9$

จากข้อ (4) $C = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \det(C) = -5$

จะพบว่า $\det(C)$ ในข้อ 1 เป็นไปตามเงื่อนไขที่

กำหนด

30. ตอบ 3.

31. ตอบ 3.

32. ตอบ 1. $-\frac{4}{3}$

33. ตอบ 1.

แนวคิด กำหนดให้ f เป็นฟังก์ชันพหุนามกำลังสาม

ดังนั้น f จะอยู่ในรูป

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \dots (1)$$

จาก $f(0) = 1 \Rightarrow d = 1$

จาก $f(1) = 0$ จะได้

$$a + b + c + d = 0$$

$$a + b + c = -1 \quad (d=1) \dots (2)$$

จาก (1) $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$

กำหนดให้ f มีค่าต่ำสุดที่ $x=1$ และมีค่าสูงสุดที่ $x=-1$

นั่นคือ $f'(1) = 0$ และ $f'(-1) = 0$

จาก

$$f'(1) = 0 \Rightarrow 3a + 2b + c = 0 \dots (3)$$

จาก

$$f'(-1) = 0 \Rightarrow 3a - 2b + c = 0 \dots (4)$$

(3)-(4) จะได้ $4b = 0 \Rightarrow b = 0$ (นำไปแทนค่า)

จาก(2) จะได้ $a + c = -1$

จาก(3) จะได้ $3a + c = 0$

นำค่า a, b, c และ d ที่หาได้ไปแทนใน (1) จะได้

$$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x + 1$$

ถ้า $x=1 \Rightarrow f(1) = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} + 1 = 0$

ถ้า $x=-1 \Rightarrow f(-1) = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + 1 = 2$

ถ้า $x=-2 \Rightarrow f(-2) = \frac{1}{2}(-8) - \frac{3}{2}(-2) + 1 = 0$

ถ้า $x=2 \Rightarrow f(2) = \frac{1}{2}(8) - \frac{3}{2}(2) + 1 = 2$

ถ้า $x \in [-2, 2]$ จะพบว่าในช่วงปิดดังกล่าว

1. $f(1)$ และ $f(-2)$ เป็นค่าต่ำสุดสัมบูรณ์

ดังนั้น $f(-2) \leq f(x)$ ข้อ ก ถูก

x	จุดกึ่งกลาง	f
29-31	30	1
32-34	33	4
35-37	36	5
38-40	39	5
41-43	42	5

2. $f(-1)$ และ $f(2)$ เป็นค่าสูงสุดสัมบูรณ์

ดังนั้น $f(2) \geq f(x)$ ข้อ ข ถูก

34. ตอบ 4. ก. ถูก และ ข. ผิด

35. ตอบ 4. 5.5

36. ตอบ 3. 8

37. ตอบ 2. -3

38. ตอบ 1. $\frac{41}{12}$

39. ตอบ 1.

แนวคิด จากข้อมูลที่กำหนดให้แทนค่าอาหารกลางวัน

และ แทนความถี่

1. ค่าเฉลี่ยเลขคณิต

$$= \frac{30(1) + 33(4) + 36(5) + 39(5) + 42(5)}{1 + 4 + 5 + 5 + 5}$$

$$= \frac{747}{20} = 37.35$$

2. จำนวนนักเรียนทั้งหมด 20 คน

$$\text{ตำแหน่งของมัชฌิมานอยู่ที่ } \frac{N}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

ดังนั้น มัชฌิมาน = 37.5

3. ตำแหน่งของ $Q_1 = N\left(\frac{1}{4}\right) = 20\left(\frac{1}{4}\right) = 5$

ตำแหน่งของ $Q_3 = N\left(\frac{3}{4}\right) = 20\left(\frac{3}{4}\right) = 15$

ดังนั้น $Q_1 = 34.5$ และ $Q_3 = 40.5$
 นั่นคือ ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ $= \frac{Q_3 - Q_1}{2}$

$$= \frac{40.5 - 34.5}{2} = 3$$

40. ตอบ 3.

41. ตอบ 2. 10

42. ตอบ 4.

แนวคิด พิจารณากลุ่มนักเรียนชาย
 จากข้อมูลที่กำหนดให้ $N = 30$, $\frac{\sigma}{\mu} = 0.16$ และ $\sigma = 4$

นั่นคือ $\mu = \frac{\sigma}{0.16} = \frac{4}{0.16} = 25$
 สมชายเป็นนักเรียนชายที่มีน้ำหนัก a กิโลกรัม
 และคิดเป็นค่ามาตรฐานเท่ากับ b

จาก $z = \frac{x - \mu}{\sigma} \Rightarrow b = \frac{a - 25}{4} \dots (1)$

เนื่องจากค่าเฉลี่ยของน้ำหนักนักเรียนทั้งห้อง
 เท่ากับ 24.6

นั่นคือ

$$\frac{\text{ผลรวมน้ำหนัก (ชาย) + ผลรวมน้ำหนัก (หญิง)}}{\text{จำนวนนักเรียนทั้งหมด}} = 24.6$$

$$30(25) + 20 (\text{ค่าเฉลี่ยน้ำหนักหญิง}) = 24.6$$

$$50$$

$$20 (\text{ค่าเฉลี่ยน้ำหนัก (หญิง)}) = 24.6(50) - 30(25)$$

$$= 1230 - 750$$

$$= 480$$

ค่าเฉลี่ยน้ำหนัก (หญิง) $= \frac{480}{20} = 24$

พิจารณากลุ่มนักเรียนหญิง

จากผลการคำนวณที่ผ่านมาจะได้ $\mu = 24$, $N = 20$

โจทย์กำหนดเพิ่มเติมว่า $\frac{\sigma}{\mu} = 0.125 \Rightarrow \sigma = 0.125\mu$

ดังนั้น $\sigma = 0.125(24) = 3$

เนื่องจาก สมศรีมีน้ำหนัก a กิโลกรัม คิดเป็นค่า
 มาตรฐานในกลุ่มนักเรียนหญิงได้เท่ากับ b

จาก $z = \frac{x - \mu}{\sigma} \Rightarrow b = \frac{a - 24}{3} \dots (2)$

จาก (1) และ (2) จะได้ $\frac{a - 25}{4} = \frac{a - 24}{3}$

$$3a - 75 = 4a - 96$$

$$a = 21$$

แทนค่าใน (2) จะได้ $b = \frac{21 - 24}{3} = -1$

43. ตอบ 4.

แนวคิด จากที่กำหนดให้

ต้องการให้ สมศรีนั่งตรงกลางติดกับสมชาย และสมคิด

นำคนทั้ง 3 คนมานัด แล้วนับเป็นของ 1 สิ่ง

ดังนั้น จะมีของอยู่ 6 สิ่ง (1 มัดกับ 5 คน) มาจัดเป็นแถวตรง
 ซึ่งสามารถทำได้ 6! วิธี

แต่เนื่องจากภายในมัด สมชายและสมคิดสามารถสลับ
 ที่นั่งกันได้อีก 2! วิธี

แสดงว่า จำนวนวิธีที่จะจัดให้นั่งสามารถทำได้

$$6! \times 2! = 1440 \text{ วิธี}$$

44. ตอบ 3.

แนวคิด มีบัตร 10 ใบแต่ละใบหมายเลข 0, 1, 2, 3, ..., 9

บัตรละ 1 หมายเลข

หยิบมา 3 ใบ จำนวนวิธีที่จะเกิดขึ้นได้ $= C_{10,3} = 120$ วิธี

เหตุการณ์ที่ต้องการคือ 3 ใบที่หยิบมาเป็นหมายเลขคู่มุมใบ

(0, 2, 4, 6, 8) และมีผลรวมของแต้มมากกว่า 10

เหตุการณ์ดังกล่าวจะเกิดขึ้นได้ 6 วิธี ดังนี้

(0, 4, 8), (0, 6, 8), (2, 4, 6), (2, 4, 8), (2, 6, 8), (4, 6, 8)

ดังนั้น ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ดังกล่าว $= \frac{6}{120} = \frac{1}{20}$

45. ตอบ 4. $\frac{1}{70}$

46. ตอบ 3. 0.05

47. ตอบ 2. 0.25

48. ตอบ 4.

49. ตอบ 1. 25

50. ตอบ 1. 2200

51. ตอบ 2. $\frac{23}{24}$

52. ตอบ 3. 145

53. ตอบ 4. 48

54. ตอบ 2. สมศักดิ์ สมศรี สมชาย

55. ตอบ 3. $\frac{4}{15}$

ตอนที่ 2 ข้อสอบอัตนัย จำนวน 10 ข้อ

1. ตอบ 200

แนวคิด จงหา n ที่เป็นจำนวนเต็มบวกและมีค่าน้อยที่สุด

เนื่องจาก n หารด้วย 7 แล้ว มีเศษเหลือ 4

จะได้ $n = 7x + 4$, $x \in I \dots (1)$

เนื่องจาก 9 และ 11 ต่างก็หาร $n - 2$ ลงตัว

เพราะว่า ค.ร.น. ของ 9 กับ 11 คือ 99

ดังนั้น $n - 2 = 99(k)$, $k \in I \dots (2)$

จาก (1) $7x + 4 - 2 = 99(k)$

$7x + 2 = 7(14)k + k$

$$7x = 7(14)k + (k-2)$$

เพราะว่า 7หาร $7(14)k$ ลงตัว

ดังนั้น 7 ต้องหาร $k-2$ ลงตัว

จะพบว่า มีค่าน้อยที่สุด คือ $k=2$

นำไปแทนใน (2) จะได้ $n-2 = 99(2)$

$$n = 198 + 2$$

$$n = 200$$

2. ตอบ 2.09

แนวคิด จาก $2^{2x+1} \cdot 3^{2x+2} = 12^{2x}$

$$(2 \times 2^{2x})(9 \times 3^{2x}) = (2 \times 6)^{2x}$$

$$18(2^{2x} \times 3^{2x}) = 2^{2x} \times 6^{2x}$$

$$18(6)^{2x} = 2^{2x} \times 6^{2x}$$

$$18 = 2^{2x}$$

ดังนั้น $2x = \log_2 18$

$$2x = \log_2 9 + \log_2 2$$

$$2x = 2 \log_2 3 + 1$$

$$x = \log_2 3 + \frac{1}{2}$$

$$x = 1.59 + 0.5 = 2.09$$

3. ตอบ 0.5

4. ตอบ 14

5. ตอบ 0.2

6. ตอบ 8

แนวคิด จาก $\frac{1}{\tan^2 \theta} + \frac{1}{\cot^2 \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} + \frac{1}{\cos^2 \theta} = 7$

$$\cot^2 \theta + \tan^2 \theta + \operatorname{cosec}^2 \theta + \sec^2 \theta = 7$$

$$\cot^2 \theta + \tan^2 \theta + (1 + \cot^2 \theta) + (1 + \tan^2 \theta) = 7$$

$$2 \cot^2 \theta + 2 \tan^2 \theta = 5$$

$$2 \frac{1}{\tan^2 \theta} + 2 \tan^2 \theta = 5$$

$$2 + 2 \tan^4 \theta = 5 \tan^2 \theta$$

$$2 \tan^4 \theta - 5 \tan^2 \theta + 2 = 0$$

$$(2 \tan^2 \theta - 1)(\tan^2 \theta - 2) = 0$$

นั่นคือ $\tan^2 \theta = \frac{1}{2}$ หรือ $\tan^2 \theta = 2$ (1)

เนื่องจาก $\tan^2 2\theta = \left(\frac{2 \tan \theta}{1 - \tan^2 \theta} \right)^2$

$$\tan^2 2\theta = \frac{4 \tan^2 \theta}{(1 - \tan^2 \theta)^2}$$

ถ้า $\tan^2 \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \tan^2 2\theta = \frac{4\left(\frac{1}{2}\right)}{\left(1 - \frac{1}{2}\right)^2} = 8$

ถ้า $\tan^2 \theta = 2 \Rightarrow \tan^2 2\theta = \frac{4(2)}{(1-2)^2} = 8$

สรุป $\tan^2 2\theta = 8$

7. ตอบ 1.5

8. ตอบ 4

9. ตอบ 10

แนวคิด จาก ส่วนเบี่ยงเบนควอไทล์ เท่ากับ 6

$$\text{จะได้ } \frac{Q_3 - Q_1}{2} = 6$$

$$Q_3 - Q_1 = 12$$

จากสัมประสิทธิ์ควอไทล์ เท่ากับ 0.6

$$\text{จะได้ } \frac{Q_3 - Q_1}{Q_3 + Q_1} = 0.6$$

$$\frac{12}{Q_3 + Q_1} = 0.6$$

$$Q_3 + Q_1 = \frac{12}{0.6} = 20 \quad \dots(2)$$

เนื่องจากการแจกแจงของคะแนนเป็นการแจกแจงปกติ

ดังนั้น คะแนนเฉลี่ย = มัชยฐาน

$$= \frac{Q_3 + Q_1}{2} = \frac{20}{2} = 10$$

10. ตอบ 2.33

แนวคิด เนื่องจากความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลระหว่างตัวแปร และ มีกราฟเป็นเส้นตรง

$$\text{แสดงว่า } y = mx + c \quad \dots(1)$$

ในการหาค่า m และ c จะหาจาก

$$\sum_{i=1}^8 y_i = m \sum_{i=1}^8 x_i + 8c \quad \dots(2)$$

$$\sum_{i=1}^8 x_i y_i = m \sum_{i=1}^8 x_i^2 + c \sum_{i=1}^8 x_i \quad \dots(3)$$

นำข้อมูลที่กำหนดให้แทนค่าใน (2)

$$16 = 32m + 8c$$

$$2 = 4m + c$$

$$c = 2 - 4m$$

นำข้อมูลที่กำหนดให้แทนค่าใน (3)

$$65 = 140m + 32c$$

$$65 = 140m + 32(2 - 4m)$$

$$65 = 140m + 64 - 128m$$

$$1 = 12m \Rightarrow m = \frac{1}{12}$$

↓

$$c = 2 - 4\left(\frac{1}{12}\right)$$

$$c = \frac{5}{3}$$

จาก (1) จะได้ $y = \frac{1}{12}x + \frac{5}{3}$

ถ้า $x = 8 \Rightarrow y = \frac{1}{12}(8) + \frac{5}{3} = \frac{28}{12}$

$$y \approx 2.33$$