

ของสมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย

ข้อสอบแข่งขัน ม. ต้น

ปีการศึกษา 2545

ตอนที่ 1

1. กำหนดให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริง และ  $a * b = a(a - b)$

ค่าของ  $5 * (8 * 3)$  คือข้อใด

ก. -175

ข. 25

ค. 37

ง. 120

2. ผลสำเร็จของ  $((x - y)^{-3})^n \div ((x + y)^n)^3$  เท่ากับข้อใด

ก.  $(x^2 + y^2)^{-3n}$

ข.  $(x^2 - y^2)^{-3n}$

ค.  $\frac{1}{x^{6n} + y^{6n}}$

ง.  $\frac{1}{x^{6n} - y^{6n}}$

3. ผลสำเร็จของ

$$\left( \frac{x^3 - 2x^2y + 2xy^2 - y^3}{x^2 + 2x - xy - 2y} \times \frac{x + y}{x^4 + 2x^3y + 3x^2y^2 + x^3y + xy^3} \right) \div \frac{x^2 - xy + y^2}{x^3 + x^2y + 2x^2 + 2xy}$$

เท่ากับข้อใด

ก.  $x + y$

ข.  $x - y$

ค.  $\frac{1}{x + y}$

ง.  $\frac{1}{x - y}$

4. นิพนธ์สอบเก็บคะแนนไปแล้ว  $n$  ครั้ง ถ้าเขาสอบครั้งที่  $n + 1$  ได้ 100 คะแนน เขาจะได้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนสอบรวมทั้ง  $n + 1$  ครั้ง เท่ากับ 90 คะแนน แต่ถ้าครั้งที่  $n + 1$  ได้ 60 คะแนน จะทำให้ค่าเฉลี่ยเลขคณิตเท่ากับ 85 คะแนน แล้ว  $n$  เท่ากับข้อใด

ก. 5

ข. 6

ค. 7

ง. 8

5. จากรูป เส้นผ่านศูนย์กลาง  $AB$  และ  $CD$  ตั้งฉากกันที่จุด  $O$   
 $\angle OAE = 30^\circ$  และ  $OE = a$  หน่วย

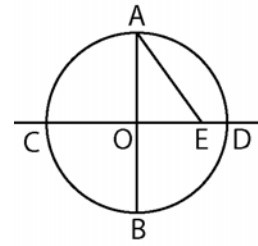
ผลคูณของความยาวของ  $AE$  และ  $CD$  เท่ากับข้อใด

ก.  $2\sqrt{3}a$

ข.  $2\sqrt{3}a^2$

ค.  $4\sqrt{3}a$

ง.  $4\sqrt{3}a^2$



6. ดวงเดือน สมศรี ปรีชา เมตตา และอุมาลงทุนร่วมกันเป็นอัตราส่วน 2 : 3 : 6 : 4 : 5 ตามลำดับ เมื่อลงทุน  
 ไปแล้ว

1 ปี ธุรกิจมีกำไร ก่อนแบ่งผลกำไร สมศรีซึ่งเป็นผู้ก่อตั้งกิจการจะได้โบนัส 5,000 บาท ที่เหลือนำมาแบ่งผลกำไรตาม  
 อัตราส่วนที่ลงทุน ถ้าในการดำเนินการได้ผลกำไรต่อปี 125,000 บาท สมศรีจะได้ส่วนแบ่งเมื่อสิ้นปีตรงกับข้อใด

ก. 18,750 บาท

ข. 23,000 บาท

ค. 25,000 บาท

ง. 31,250 บาท

7. กำหนดให้  $a$  เป็นจำนวนจริงบวก จงหาว่าข้อใดมีพื้นที่มากที่สุด

ก. รูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีความยาวของเส้นรอบรูปเป็น  $2\pi a$  หน่วย

ข. รูปวงกลมที่มีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว  $a$  หน่วย

ค. รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าที่มีความยาวของด้านเป็น  $\pi a$  หน่วย

ง. รูปสี่เหลี่ยมคางหมูหน้าจั่วที่มีด้านคู่ขนานยาว  $\pi \frac{a}{2}$  กับ  $3\pi \frac{a}{2}$  หน่วย และด้านของหน้าจั่วยาว  $\pi \frac{a}{2}$  หน่วย

8. กำหนดให้  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ที่มีมุม  $C$  เป็นมุมฉาก และความยาวด้านตรงข้ามมุม  $A, B, C$   
 เท่ากับ

4, 3, 5 หน่วย ตามลำดับ จากจุด  $C$  ลากเส้นตั้งฉากกับด้าน  $AB$  ที่จุด  $D$  และจากจุด  $D$  ลากเส้นตั้งฉากกับด้าน  $BC$   
 ที่จุด  $E$  แล้ว ความยาวของด้าน  $BE$  เท่ากับข้อใด

ก.  $\frac{64}{25}$  หน่วย

ข.  $\frac{60}{25}$  หน่วย

ค.  $\frac{64}{20}$  หน่วย

ง.  $\frac{60}{20}$  หน่วย

9. นาย ก พายเรือทวนน้ำจากบ้าน ไปยังอำเภอหนึ่งใช้เวลา 84 นาที จากกลับพายเรือตามน้ำระยะทางเท่าเดิมใช้เวลา น้อยกว่าพายเรือในน้ำนิ่งอยู่ 9 นาที อยากรทราบว่า จากกลับพายเรือใช้เวลาเท่ากับข้อใด

ก. 72 หรือ 36 นาที

ข. 63 หรือ 12 นาที

ค. 60 หรือ 15 นาที

ง. 54 หรือ 18 นาที

10. จำนวนนับที่น้อยที่สุด ซึ่งเมื่อหารด้วย 10 จะเหลือเศษ 9 เมื่อหารด้วย 9 จะเหลือเศษ 8 เมื่อหารด้วย 8 จะเหลือเศษ 7 ตามลำดับ จนถึง เมื่อหารด้วย 2 จะเหลือเศษ 1 คือจำนวนในข้อใด

ก. 419

ข. 1259

ค. 2519

ง. 2529

## ตอนที่ 2

1. กำหนดให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนเต็มบวกสองจำนวน

ถ้าหาร  $x+1$  ด้วย 8 และหาร  $y$  ด้วย 8 ต่างก็เหลือเศษเป็นจำนวนคู่

ถ้าหาร  $x+4y$  ด้วย 8 แล้ว จะเหลือเศษที่เป็นไปได้อะไรบ้าง

2. ถ้า  $ax^3 + bx^2 + cx + d$  เป็นพหุนามดีกรีสาม ซึ่งสามารถเขียนในรูปของ  $(p+q)^3$

ถ้า  $a=d$  แล้ว จงหา  $\sqrt{bc}$  (ให้ตอบในพจน์ของ  $a$ )

3. กำหนดให้  $a, b, c$  เป็นจำนวนเต็มที่มีมากกว่า หรือเท่ากับ 0 โดยที่  $(a-b) \times (a-c) = abc$

ถ้า  $a=2$  แล้ว จงหาค่าที่มากที่สุดของ  $b$

4. จงหาว่าเลขโดดในหลักสิบของ  $11^{2002}$  คือตัวเลขใด

5. พ่อค้าซื้อสินค้าชิ้นหนึ่งมาในราคา 18,000 บาท เขาควรจะต้องราคาขายไว้เท่าใด โดยมีเงื่อนไขว่า เขาจะลดราคาให้ผู้ซื้อ 10% และเขายังคงได้กำไร 5%

6. น้องดาวลงทุนทำดอกกุหลาบแดงขายในวันแห่งความรัก 400 ดอก ครั้งแรกนำไปขายได้กำไร 20% ที่เหลือยอมขายทั้งหมดขาดทุนไป 30%

ถ้าอัตราส่วนของจำนวนดอกไม้ที่ขายได้ครั้งแรกต่อครั้งหลังเท่ากับ 7 : 3 อยากทราบว่า น้องดาวขายได้กำไรหรือขาดทุนเท่าไร

7. จำนวนที่มีสองหลักจำนวนหนึ่ง ซึ่งมีผลต่างของสองเท่าของเลขโดดในหลักสิบ กับเลขโดดในหลักหน่วยเท่ากับ 9

แต่ถ้าสลับเลขโดดในหลักหน่วย และหลักสิบ จะได้จำนวนที่มีค่าลดลง 9

จงหาจำนวนจำนวนนั้น

8. ถ้า  $(a, b)$  เป็นคำตอบของระบบสมการ

$$x^2 + 3x + 5y = 12$$

$$x - y = -3$$

จงหา  $a + b$

9. จงหาคำตอบของระบบสมการ

$$\begin{aligned}x^2 + 1 &= 3y \\ 2x + 3y &= 3x + 2y\end{aligned}$$

10. จงหาคำตอบที่เป็นบวกของสมการ

$$2\left(\frac{1}{x} - 1\right) < \frac{3}{2}\left(2 - \frac{1}{x}\right)$$

11. กำหนดให้  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{2}$

จงหาค่าของ  $\frac{2y - 3xy + 2x}{y - 2xy + x}$

12. ถ้า  $x^2 - x - 2$  เป็นตัวประกอบของพหุนาม  $x^5 + x^4 + qx^2 + rx - 12$   
แล้ว  $2q + r$  มีค่าเท่าใด

13. คะแนนสอบวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนจำนวน 25 คน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต 65 คะแนน ค่ามัธยฐานเท่ากับ 60  
คะแนน

ถ้าเพิ่มคะแนนให้นักเรียนทุกคนๆ ละ 5 คะแนน อยากทราบว่า คะแนนรวมของนักเรียนทุกคนภายหลังจากที่ได้  
เพิ่มคะแนนแล้ว จะต่างจาก 20 เท่าของค่ามัธยฐานใหม่อยู่เท่าใด

14. สลากการกุศลพิมพ์จำหน่าย 1 ล้านใบ แต่ละใบเป็นจำนวนที่มีหลัก  
จงหาความน่าจะเป็นที่จะถูกรางวัลเลขท้าย 2 ตัว ถ้าซื้อ 4 ใบ โดย 2 ใบ มีเลขท้ายสองตัวเป็น 45 และอีก 2 ใบ มี  
เลขท้าย  
สองตัวเป็น 37

15. กล้องใบหนึ่งมีลูกปิงปอง ซึ่งมีหมายเลข 1, 2, 3, 4 และ 5 หมายเลขละหนึ่งลูก สุ่มหยิบมา 2 ลูกพร้อมกัน  
จงหาความน่าจะเป็นที่ผลคูณของหมายเลขทั้งสองเป็นจำนวนคี่

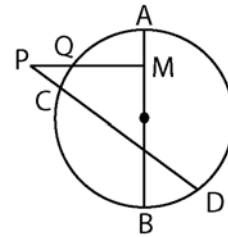
16. กำหนดให้  $\cos 2A = 1 - 2\sin^2 A$   
ถ้า  $\cos 16^\circ = a$  จงหาค่าของ  $\sin 8^\circ$  ในพจน์ของ  $a$

17. ต้นไม้ต้นหนึ่งถูกพายุพัดหักพับลงมาทำให้ยอดต้นไม้จรดพื้นดินเป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และทำมุมกับ  
พื้นดิน  $30^\circ$   
ถ้ายอดอยู่ห่างจากโคนต้น  $20\sqrt{3}$  ฟุต จงหาความสูงของต้นไม้ก่อนถูกพายุพัดหัก

18. โลหะทรงกระบอกตัน ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 14 เซนติเมตร สูง 3 เซนติเมตร นำมาหลอมเป็นทรงกลมตัน  
ขนาดเล็ก  
ซึ่งมีเส้นผ่านศูนย์กลาง 2 เซนติเมตร จะหลอมได้ทรงกลมตันขนาดเล็กประมาณกี่ลูก (กำหนด  $\pi \approx \frac{22}{7}$ )

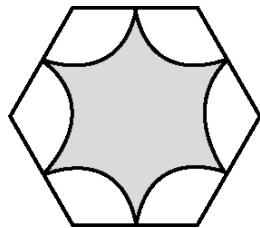
19. กำหนดให้วงกลมวงหนึ่ง มี  $O$  เป็นจุดศูนย์กลาง และมีรัศมียาว 5 หน่วย  
 ถ้า  $A, B, C$  เป็นจุดอยู่บนเส้นรอบของวงกลม โดยที่  $\angle AOB = 60^\circ$  ความยาวส่วนโค้ง  $AC$  เท่ากับ  $\pi$  หน่วย  
 และคอร์ด  $BC$  ยาวกว่าคอร์ด  $AB$  แล้ว พื้นที่ของเซกเตอร์  $BOC$  ส่วนที่  $A$  อยู่บนส่วนโค้ง  $BC$  เท่ากับเท่าใด

20. จากรูป  $AB$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลม รัศมี 4 หน่วย  $\overline{PM} \perp \overline{AB}$   
 กำหนดให้  $AM = 2$  หน่วย,  $PC = 3$  หน่วย,  $PD = 10$  หน่วย  
 แล้ว  $PM$  จะยาวเท่ากับกี่หน่วย



21. จากรูป เป็นรูปหกเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่า โดยมีด้านยาวด้านละ  $a$  หน่วย ถ้าใช้จุดยอดมุมทุกมุมของรูปหกเหลี่ยมเป็นจุดศูนย์กลาง รัศมียาวเท่ากับครึ่งหนึ่งของความยาวของด้านของรูปหกเหลี่ยม เขียนส่วนโค้งตัดด้านของรูปหกเหลี่ยมดังรูป

จงหาอัตราส่วนของพื้นที่ของรูปที่แรเงาต่อพื้นที่ของรูปที่ไม่แรเงา

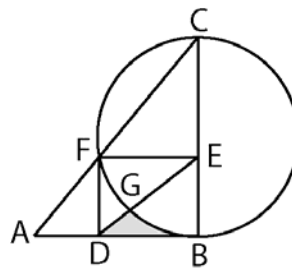


22. จากรูป  $E$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม  $B$  และ  $F$  เป็นจุดสัมผัสของวงกลม

กำหนดให้  $AB = BC = x$

และ  $DF = FE = y$

จงหา  $\frac{\text{พื้นที่ } \triangle ABC}{\text{พื้นที่ส่วนที่แรเงา}}$



23. ให้  $BC$  เป็นฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว  $ABC$  และ  $D$  เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน  $BC$  ลากเส้นเชื่อม  $AD$  และต่อออกไปถึงจุด  $E$  โดยที่มุม  $ABE$  เท่ากับ  $90^\circ$  กำหนดให้  $F$  เป็นจุดกึ่งกลางของด้าน  $AE$  ถ้ามุม  $ACF = x^\circ$  มุม  $DEB$  กางกึ่งศา (ตอบในพจน์ของ  $x$ )

24.  $y$  แปรผันโดยตรงกับผลบวกของ  $a$  และ  $b$  โดยที่  $a$  แปรผันโดยตรงกับ  $x^2$  และ  $b$  แปรผันโดยตรงกับ  $x$

ถ้า  $y = 8$  เมื่อ  $x = 2$  จงหาค่า  $y$  เมื่อ  $x = \frac{1}{2}$

25. นายป๋องต้องการกันรั้วเป็นรูปสี่เหลี่ยมมุมฉาก โดยมีด้านหนึ่งติดแม่น้ำ ซึ่งไม่ต้องกันรั้ว ถ้ามีวัสดุทำรั้วยาว 120 เมตร จะล้อมรั้วให้ได้พื้นที่มากที่สุดได้เท่าใด



26. กำหนดให้ข้อมูลต่อไปนี้

คะแนน	ความถี่	ความถี่สะสม
12 - 14		2
15 - 17	6	
18 - 20		15

ถ้าอ่านคะแนนคิดไป 2 ค่า คะแนนที่ถูกต้อง 17 และ 17 อ่านเป็น 18 กับ 16 ตามลำดับ  
 จงหาค่าเฉลี่ยของเลขคณิตของคะแนนที่ถูกต้อง

27. ถ้าสุ่มเลือกคน 3 คน จากจำนวนทั้งหมด 5 คน ในจำนวนนี้เป็น ชาย 3 คน และหญิง 2 คน  
 จงหาความน่าจะเป็นที่จะเลือกได้หญิง 1 คน

28. กำหนดให้  $y = y_1 + y_2 + y_3$

เมื่อ  $y_1$  แปรผันโดยตรงกับ  $x$

$y_2$  แปรผันโดยตรงกับ  $x^2$

และ  $y_3$  แปรผันโดยตรงกับ  $x^3$

โดยที่  $y = 1$  เมื่อ  $x = 1$

$y = 3$  เมื่อ  $x = -1$

และ  $y = 0$  เมื่อ  $x = 2$

จงหาค่า  $y$  เมื่อ  $x = -2$

29. นักเรียนทั้งหมด 60 คน เป็นนักเรียนหญิง 25 คน และนักเรียนชาย 35 คน พบว่าน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนหญิงเป็น 35 กิโลกรัม และน้ำหนักเฉลี่ยของนักเรียนชายเป็น 41 กิโลกรัม แต่ทราบภายหลังว่า เจ้าหน้าที่ชั่งน้ำหนัก ค.ญ. มาลีขาดไป 5 กิโลกรัม และชั่งน้ำหนัก ค.ช. เดช เกินไป 2 กิโลกรัม จงหาน้ำหนักเฉลี่ยที่แท้จริงของนักเรียนทั้งหมด

30. งานอย่างหนึ่ง ถ้าให้นายเก่งทำงานคนเดียว จะทำเสร็จในเวลา 3 ชั่วโมง แต่ถ้าให้นายเก่ง และนายอ่อนทำงานร่วมกัน จะทำเสร็จในเวลา  $1\frac{1}{3}$  ชั่วโมง จงหาว่า ถ้าให้นายอ่อนทำงานนั้นคนเดียวจะเสร็จในเวลากี่ชั่วโมง

31. เหล้าชนิดหนึ่งมีแอลกอฮอล์ 30 % ผสมกับเหล้าที่มีแอลกอฮอล์ 25 % ต้องการให้ได้เหล้าที่มีแอลกอฮอล์ 28% จำนวน 50 ขวด จะต้องใช้เหล้าชนิดมีแอลกอฮอล์ 30 % กี่ขวด

32. ถ้า  $p$  และ  $q$  เป็นรากทั้งสองของสมการ  $ax^2 + bx + 1 = 0$   
แล้ว ค่าของ  $\frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2}$  เท่ากับเท่าใด (ตอบในพจน์ของ  $a$  และ  $b$ )

33. กำหนดให้  $a + b + c \neq 0$  และ  $\frac{a+b-c}{c} = \frac{a-b+c}{b} = \frac{-a+b+c}{a}$   
แล้ว  $\frac{(a+b)(b+c)(c+a)}{abc}$  มีค่าเท่าไร

34. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ และวิชาภาษาอังกฤษ ด.ช.แดง และด.ช.ดำ สอบได้คะแนน ดังนี้

	คะแนนเต็ม	ด.ช.แดง สอบได้	ด.ช.ดำ สอบได้
วิชาคณิตศาสตร์	$2a$	65	$a$
วิชาภาษาอังกฤษ	70	$\frac{3}{2}a - 4$	$1.3a$

ถ้าคะแนนการสอบทั้งสองวิชาของ ด.ช.แดง และ ด.ช.ดำ รวมกันเป็น 213 คะแนน

แล้ว ด.ช.แดงสอบวิชาภาษาอังกฤษได้กี่เปอร์เซ็นต์

35. กำหนดให้  $a, b$  เป็นจำนวนจริงบวกโดยที่

$$(2a - b) : (3b - a) = 2 : 3$$

และ  $(2a^2 + b) : (3b^2 + a) = 89 : 105$

จงหาว่าจำนวน  $b$  มีค่าเท่าใด