



สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทยในพระบรมราชูปถัมภ์

ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ ประจำปีการศึกษา 2547 ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

สอบวันอาทิตย์ที่ 26 ธันวาคม 2547

ตอนที่ 1 มี 15 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน

1. สำหรับ x, y, z ที่เป็นจำนวนจริงใดๆ ที่ไม่เท่ากับศูนย์แล้ว คำตอบตรงกับข้อใด

ก. $\frac{xy}{z} < xyz$

ข. $x - y - z < x + y + z$

ค. $xy + xz < (y + z)x$

ง. $\frac{x + y + z}{y} < \frac{x + z}{y} + 2$

2. จำนวนเต็มที่หาร $\frac{\sqrt[5]{11^{13}} \times \sqrt[3]{11^7}}{(\sqrt[5]{11})^{10}}$ ได้ลงตัว มีทั้งหมดตรงกับข้อใด

ก. 3 จำนวน

ข. 2 จำนวน

ค. 1 จำนวน

ง. 0 จำนวน

3. นายประสงค์ซื้อรถยนต์ยี่ห้อหนึ่ง ซึ่งมีราคา 633,600 บาท โดยจ่ายเงินดาวน์ 30 % และส่วนที่เหลือผ่อนชำระ โดยเสียดอกเบี้ยร้อยละ 3 ต่อปี โดยจ่ายเป็นรายเดือน และคิดดอกเบี้ยแต่ละเดือนจากเงินต้นที่เหลือ

ถ้านายประสงค์ผ่อนชำระเงินต้น 48 งวด งวดละเท่าๆ กัน นายประสงค์จะเสียดอกเบี้ยเป็นเงินทั้งสิ้นตรงกับข้อใด

ก. 26,611.20 บาท

ข. 27,165.60 บาท

ค. 27,720.00 บาท

ง. 53,222.40 บาท

4. กล่องใบหนึ่งใส่ฉลากหมายเลข 5 และหมายเลข 10 เอาไว้อย่างละหนึ่งใบ เด็ก 2 คน ผลัดกันหยิบคนละ 1 ใบ แล้วใส่กลับคืน ใครหยิบได้หมายเลขอะไร ก็จะได้รับเงินจำนวนเท่ากับหมายเลขที่หยิบได้

ถ้าผลัดกันหยิบคนละสองครั้ง ความน่าจะเป็นที่เขาทั้งสองจะได้เงินเท่ากัน มีคำตอบตรงกับข้อใด

ก. $\frac{1}{8}$

ข. $\frac{3}{8}$

ค. $\frac{5}{8}$

ง. $\frac{7}{8}$



5. ชายคนหนึ่งโยนเหรียญ 1 เหรียญ ถ้าเหรียญขึ้นหัว เขาจะก้าวไปทางซ้าย 1 ก้าว ถ้าเหรียญขึ้นก้อย เขาจะก้าวไปทางขวา 1 ก้าว ความน่าจะเป็นที่เขาจะกลับมายืน ณ จุดเริ่มต้น หลังจากโยนเหรียญไปแล้ว 4 ครั้ง ตรงกับข้อใด

ก. $\frac{4}{16}$

ข. $\frac{5}{16}$

ค. $\frac{6}{16}$

ง. $\frac{7}{16}$

6. ถ้ากำหนดจุดพิกัด $A(a, 3)$, $B(7, -3)$, $C(-4, -2)$ เป็นจุดยอดของรูปสามเหลี่ยมที่มีมุม A เป็นมุมฉาก แล้ว ค่าตัดแกน Y ของเส้นตรงที่ผ่านจุด A และ C ตรงกับข้อใด

ก. $2, -\frac{4}{3}$

ข. $-2, \frac{4}{3}$

ค. $2, \frac{4}{3}$

ง. $-2, -\frac{4}{3}$

7. วงกลมวงหนึ่งที่มีพื้นที่ 32π ตารางหน่วย ความยาวของด้านของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่แนบในวงกลมนี้มีค่าตรงกับข้อใด

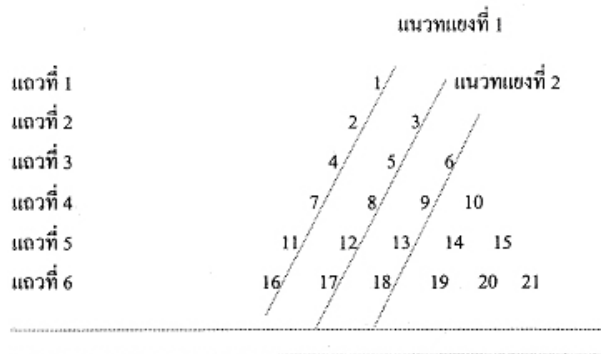
ก. 4

ข. 6

ค. 8

ง. 10

8.



จากรูปที่กำหนดให้ จงพิจารณาว่า ข้อใดต่อไปนี้ผิด

ก. แถวที่ 50 ของแบบรูปนี้มีจำนวนเรียงกันอยู่ 50 จำนวน และจำนวนสุดท้าย คือ 1275

ข. ผลบวกของจำนวนในแถวที่ 50 เท่ากับ 62,525

ค. จำนวนในแนวทแยงที่ 3 คือ 6, 9, 13, 18, ... เป็นแบบรูปของจำนวน และสามารถหาพจน์ที่ 10 ได้เท่ากับ 69

ง. จำนวนในแนวทแยงที่ 2 คือ 3, 5, 8, 12, 17, ... เป็นแบบรูปของจำนวน และสามารถหาพจน์ที่ 10 ได้เท่ากับ 47



9. ส่วนของเส้นตรง AB ที่มีจุดพิกัด $A(-4, 8)$ และ $B(5, -3)$ สะท้อนข้ามแกน X แล้วสะท้อนข้ามแกน Y จะเกิดรูปสุดท้ายตรงกับข้อใด

- ก. เป็นส่วนของเส้นตรง ซึ่งมีจุดปลายอยู่ที่จุดพิกัด $(-5, 3)$ กับ $(4, -8)$
- ข. เป็นส่วนของเส้นตรง ที่ไม่ขนานกับส่วนของเส้นตรง AB
- ค. เป็นส่วนของเส้นตรง ที่ตัดกับส่วนของเส้นตรง AB
- ง. เป็นส่วนของเส้นตรง ซึ่งมีจุดปลายอยู่ที่จุดพิกัด $(4, 8)$ กับ $(-5, -3)$

10. ผลบวกของจำนวนที่สามจำนวนที่เรียงติดต่อกัน มีค่าอยู่ระหว่าง 30 ถึง 90 ผลบวกของจำนวนที่สามจำนวนที่มีค่ามากที่สุด มีค่ามากกว่าผลบวกของจำนวนที่ สองจำนวนที่มีค่าน้อยที่สุดตรงกับข้อใด

- ก. 9 ข. 51
- ค. 55 ง. 57

11. ถ้าระบบสมการ $y = 2x^2 + kx + 3$
 $y = x^2 - 3x + 2$

มีคำตอบเพียงคำตอบเดียวแล้ว k มีค่าสอดคล้องตรงกับข้อใด

- ก. $k < -6$ ข. $-6 < k < 0$
- ค. $0 < k < 6$ ง. $k > 6$

12. กำหนดให้ $p(x) = -x^3 + x^2$, $q(x) = 32x^4 + 64x^3 + x^2$ และ $r(x)$ แทนกำลังสองของผลบวกของพหุนามดีกรีหนึ่ง ที่เป็นตัวประกอบของพหุนาม $4x^4 - 36x^2 + 17$ แล้ว $r(x)$ สอดคล้องกับข้อใด

- ก. $r(x)$ เป็นตัวประกอบหนึ่งของทั้ง $p(x)$ และ $q(x)$
- ข. $r(x)$ เป็นตัวประกอบหนึ่งของ $p(x)$ แต่ไม่เป็นตัวประกอบของ $q(x)$
- ค. $r(x)$ เป็นตัวประกอบหนึ่งของ $q(x)$ แต่ไม่เป็นตัวประกอบของ $p(x)$
- ง. $r(x)$ ไม่เป็นตัวประกอบของทั้ง $p(x)$ และ $q(x)$

13. ผลบวกของ $\frac{x^4 - 2x^2 - 1}{x - 1}$ และ $\frac{(27x^3 - 8)(x^2 - x - 2)(x + 2)}{(x^2 - 4)(3x - 2)}$ ตรงกับข้อใด

- ก. $(x - 1)(10x^2 + 6x + 3)$ ข. $(x - 1)(10x^2 + 12x + 3)$
- ค. $(x + 1)(10x^2 + 6x + 3)$ ง. $(x + 1)(10x^2 + 12x + 3)$



14. ข้อใดต่อไปนี้ มีค่าน้อยที่สุด
- ก. $\frac{(3\sin^2 30^\circ - 4\cos^2 60^\circ)^2}{\tan 45^\circ + 2\cot 30^\circ \cdot \tan 60^\circ}$
 - ข. $\frac{\tan 60^\circ + \tan 30^\circ}{\sec 60^\circ (\cot^2 30^\circ + \operatorname{cosec} 60^\circ)}$
 - ค. $2\tan^2 45^\circ - \operatorname{cosec}^2 60^\circ - \frac{1}{2}\cot^2 60^\circ - \frac{3}{4}\sec^2 45^\circ$
 - ง. $\sqrt{3}\sin 60^\circ \cdot \cos 60^\circ - \frac{\sec^2 45^\circ}{1 + \tan 70^\circ \cdot \tan 20^\circ}$

15. ถ้า x แปรผันโดยตรงกับ y และแปรผันแบบผกผันกับรากที่สองของ z โดยที่เมื่อ $x^2 - y^2 = 10$ และ $x + y = 5$ จะได้ $z = 16$
ถ้า $x = 2$ และ $y = 3$ แล้ว $xy + z$ มีค่าตรงกับข้อใด
- | | |
|--------|--------|
| ก. 216 | ข. 202 |
| ค. 196 | ง. 28 |

ตอนที่ 2 มี 30 ข้อๆ ละ 3 คะแนน

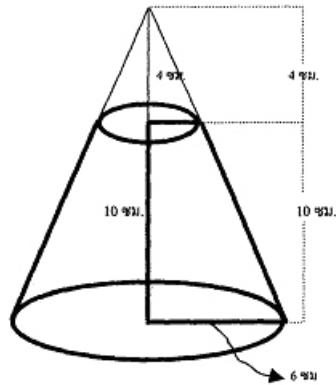
1. ถ้า a และ b เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ ที่ทำให้ $a = q^2m$ และ $b = qn$ สำหรับจำนวนเต็มบวก q, m และ n บางจำนวน โดยที่ ห.ร.ม. ของ a และ b เท่ากับ p แล้ว ตัวเศษของเศษส่วนอย่างต่ำของ $\frac{a}{b}$ เท่ากับเท่าใด

2. ส้ม, ลองกอง และองุ่น ราคาต่อกิโลกรัมเท่ากับ 30, 60 และ 220 บาท ตามลำดับ
ถ้าซื้อผลไม้ชนิดใด ชนิดหนึ่งเต็มกิโลกรัมเพียงชนิดเดียวเท่านั้น เมื่อให้เงินแม่ค้าไป 700 บาท จะได้รับเงินทอนเท่ากัน อยากทราบว่า ซื้อผลไม้ไปกี่บาท และได้รับเงินทอนเท่าใด

3. ถ้าสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC มีมุม B เป็นมุมฉาก และมีด้านประกอบมุมฉากยาว 5 และ 12 หน่วย จากจุด B ลากเส้นตั้งฉากกับด้าน AC ที่จุด D แล้ว $169|BD| |DC|$ เท่ากับเท่าใด

4. เด็กนักเรียนชาย 2 คน มีอายุรวมกันเป็น 11001_2 ปี ถ้าเด็กสองคนนี้มีอายุต่างกัน 3 ปี
อยากรทราบว่า คนที่มีอายุแก่กว่า จะมีอายุกี่ปีในเลขฐาน 3

5.



จากรูปข้างต้นนี้ กรวยส่วนที่ตัดออก (ส่วนบน) เมื่อนำไปหลอม เป็นทรงกระบอกรัศมี 2 เซนติเมตร
ทรงกระบอกจะมีความสูงเท่าไร

6. พีระมิดฐานสี่เหลี่ยมมุมฉาก มีอัตราส่วนความกว้างต่อความยาวต่อความสูงเป็น $3 : 8 : 6$
ถ้าพีระมิดมีปริมาตร 162 ลูกบาศก์เซนติเมตรแล้ว พีระมิดมีพื้นที่ผิวเท่าไร (ตอบทศนิยมหนึ่งตำแหน่ง)

7. แม่น้ำช่วงหนึ่งมีความกว้าง 150 เมตร โดยสร้างสะพานเปิดได้ข้ามแม่น้ำที่จุดนี้ ดังนั้น สะพานถูกแบ่ง
ออกเป็น 2 ส่วน ความยาวด้านละเท่าๆ กัน เมื่อสะพานถูกเปิด โดยมีมุมเงยเท่ากับ 30° ส่วนปลายที่สูงที่สุดของสะพาน
ที่ถูกยกขึ้น สูงจากระดับน้ำในแม่น้ำเท่าใด ถ้าในขณะนั้นระดับน้ำในแม่น้ำต่ำกว่าระดับตลิ่งอยู่ 5 เมตร

8. นักเรียน 7 คน ทำแบบทดสอบคนละ 5 ข้อ แต่ละข้อที่ตอบถูกจะได้ 1 คะแนน แต่ละข้อที่ตอบผิด จะได้ศูนย์
คะแนน ผลการตรวจแบบทดสอบปรากฏว่า คนที่ได้คะแนนต่ำสุดเป็นศูนย์คะแนน มี 1 คน และคนที่ได้คะแนนสูงสุดได้
คะแนนเต็ม 5 มีเพียง 1 คน เช่นกัน

ถ้าทราบว่า ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนที่นักเรียนสอบได้เท่ากับฐานนิยม และเท่ากับมัธยฐานด้วย ซึ่งเท่ากับ 2
นักเรียนที่สอบได้ 2 คะแนนมีกี่คน



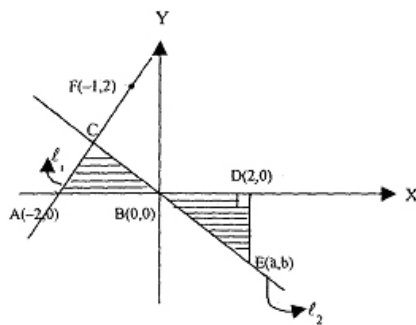
9. โยนลูกบอล 3 ลูก ไปยังกระป๋อง 3 ใบ โดยโยนทีละลูก ถ้าในการโยนทุกครั้ง ลูกบอลจะต้องลงในกระป๋องใบใด ใบหนึ่งเสมอ

จงหาความน่าจะเป็นที่ เมื่อโยนลูกบอลครบ 3 ลูก แล้ว กระป๋องทุกใบจะมีลูกบอลอยู่ข้างใน

10. นักเรียน 4 คน ได้รับแจกถุงใส่หลอดคาแฟยาว 1 นิ้ว 2 หลอด และยาว 2 นิ้ว 2 หลอด คนละ 1 ถุง ให้แต่ละคน สุ่มหยิบหลอดคาแฟในถุงตัวเองคนละหนึ่งหลอด

จงหาความน่าจะเป็นที่ เมื่อนำหลอดคาแฟที่หยิบได้ทั้ง 4 หลอดมาประกอบกันแล้ว เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

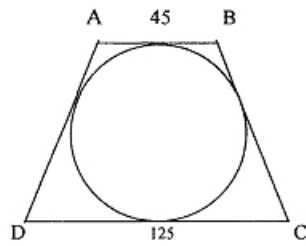
11. กำหนดรูปข้างล่างนี้ ให้จุดพิกัด $F(-1, 2)$ อยู่บนเส้นตรง l_1 และให้พื้นที่รูปสามเหลี่ยม ABC เท่ากับพื้นที่รูปสามเหลี่ยม BDE แล้ว $|a + b|$ เท่ากับกี่หน่วย



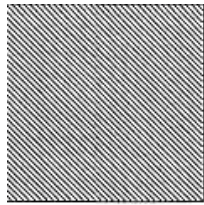
12. ถ้าพาราโบลา $y^2 = kx$ ผ่านจุดตัดของเส้นตรง $y = x$ และวงกลม $x^2 + y^2 + 6x = 0$ และพาราโบลา $y = ax^2 + bx + c$ ผ่านจุด $(0, 1)$ และ $(2, 5)$ โดยที่ $a = -1$ แล้ว $|k + b|$ เท่ากับเท่าใด

13. จำนวนที่มีสี่หลักจำนวนหนึ่ง โดยที่เลขโดดในหลักสิบ หลักร้อย และหลักพันเท่ากัน แต่เลขโดดในหลักสิบลูกมากกว่าเลขโดดในหลักหน่วยอยู่ 7 ผลบวกของจำนวนนี้ กับจำนวนที่มีเลขโดดสลับหลักกัน ระหว่างหลักหน่วยกับหลักสิบเป็น 19921 และถ้านำจำนวนนี้ไปสร้างรหัส โดยใช้เลขโดดครั้งละ 4 ตัว จะสร้างได้รหัส เมื่อกำหนดว่าตำแหน่งของเลขโดดโดยคิดลำดับ

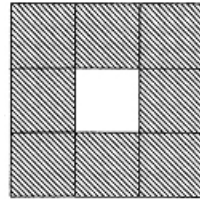
14. จากรูปข้างล่างนี้ กำหนดให้วงกลมแนบในรูปสี่เหลี่ยมคางหมู $ABCD$ โดยที่ $AD = BC$, $AB = 45$ หน่วย และ $DC = 125$ หน่วย เส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมนี้ ยาวกี่หน่วย



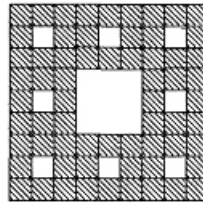
15.



รูปที่ 1



รูปที่ 2-



รูปที่ 3

จากแบบรูปที่กำหนดให้ ถ้าให้พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสรูปที่ 1 เท่ากับ a ตารางหน่วย
อยากทราบว่า รูปที่ 5 ของแบบรูปนี้ จะมีพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่ถูกแบ่งเล็กที่สุด เท่ากับกี่ตารางหน่วย

16. ให้ x เป็นจำนวนจริงลบ ที่ทำให้ $x^2 + 2x - 3 = 0$ และ y แปรผันตรงกับ x โดยที่ k เป็นค่าคงตัว
และสอดคล้องกับอสมการ $x^2 + \frac{k+y}{4} \leq 2$ แล้ว ค่าที่น้อยที่สุดของ k เป็นเท่าใด



17. กำหนดให้ m และ n เป็นจำนวนเต็มที่มีค่าต่างกันอยู่ 3

ถ้า $a \neq 0$, $b \neq 0$ และ $c \neq 0$ แล้ว $(ab)^{m^2}(-2c)^{-3}(9a^{-2m})^n(b^{2n})^m \div c^6(a^{-1}b)^{n^2}(4^{-1}3^n b^{m^2})^2$
มีค่าเท่าใด (ตอบในรูป a , b หรือ c)

18. กราฟของ $x^4 - 36y^2 = 0$ ตัดกับเส้นตรง $y = \pm \frac{3}{2}$ ที่จุดใด

19. กำหนดให้ $A = ax^3 + bx^2 + cx + d$ เป็นพหุนามที่มีสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม โดยที่ $4b + c = 0$ และ $A = (3x + 2)B$ เมื่อ B เป็นพหุนามที่สอดคล้อง

(1) พจน์ที่เป็นค่าคงที่ คือ 2

(2) สัมประสิทธิ์ของพจน์ที่มีดีกรีสูงสุด มีค่าเป็น 1

ค่าของ $a + b + c + d$ เป็นเท่าใด

20. กำหนดให้ k และ l เป็นจำนวนเต็ม ซึ่งเมื่อหาร $x^3 - 6x^2 + (k + l)x + 2$ ด้วย $x - 2$ แล้วเหลือเศษเป็น -4

ถ้า $k : l = 3 : 2$ แล้ว ผลหารของการหาร $6x^3 + 2x^2 + 8x - 1$ ด้วย $kx - l$ มีค่าเป็นเท่าใด

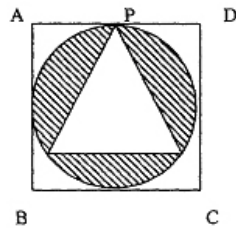
21. กำหนดให้ $3x + by + c = 0$ และ $cx - 2y + 12 = 0$ เป็นสมการสองสมการ จงหาค่า b และ c ที่ทำให้สมการทั้งสองเป็นสมการเดียวกัน

22. เลขโดดในหลักหน่วยที่เป็นไปไม่ได้ของจำนวน x^{130} คือเลขใด เมื่อ x เป็นจำนวนเต็มบวกใดๆ

23. ค่า x ที่น้อยที่สุด ที่สอดคล้องกับสมการ $1 - \frac{6}{(x-1)^2} \leq \frac{x}{x-1}$ เป็นเท่าใด

24. สินค้าชนิดหนึ่งติดป้ายบอกราคาขายโดยมีกำไร 20 % แต่ต่อมาสินค้านั้นตกรุ่น จึงประกาศลดราคาลง 20 %
 อยากรทราบว่า ถ้าขายสินค้านั้นไปตามราคาที่ประกาศไว้ จะมีกำไร หรือขาดทุนกี่เปอร์เซ็นต์

25. กำหนดให้รูปสามเหลี่ยมด้านเท่าอยู่ในวงกลม ซึ่งมีรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสล้อมรอบ ดังรูป



ถ้าด้านของรูปสี่เหลี่ยมจตุรัสยาว 8 เซนติเมตร
 พื้นที่ของบริเวณที่แรเงา เท่ากับเท่าใด

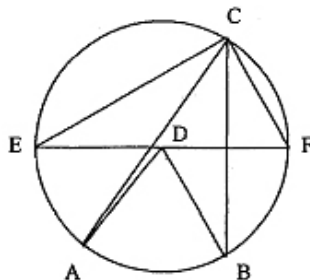
26. กำหนดให้ $\sin 2x = 2 \sin x \cdot \cos x$ และ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$

ถ้า $0 < x \leq 45^\circ$ จงหาค่า x ที่ทำให้ $1 + \sin x - \cos x - \sin 2x + \cos 2x = 0$

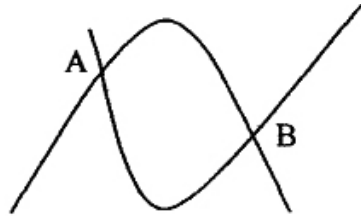
27. ร้านอาหารแห่งหนึ่ง มีพนักงานสองประเภท คือพนักงานที่ทำงานเต็มเวลา กับพนักงานที่ทำงานไม่เต็มเวลา
 ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของค่าตอบแทนของพนักงานเต็มเวลาเท่ากับ 1,500 บาทต่อสัปดาห์ และค่าเฉลี่ยเลขคณิตของค่าตอบแทน
 ของพนักงานไม่เต็มเวลา จำนวน 10 คน เท่ากับ 500 บาทต่อสัปดาห์

ถ้าร้านอาหารนี้ จ่ายเงินค่าตอบแทนให้พนักงานทั้งหมดเป็นเงิน 39,500 บาทต่อสัปดาห์
 อยากรทราบว่า ร้านอาหารนี้ มีพนักงานทำงานเต็มเวลาทั้งหมดกี่คน

28. กำหนดรูปต่อไปนี้ D เป็นจุดศูนย์กลางวงกลมที่ $\hat{A}DB = 60^\circ$ และ $\hat{C}EF = 30^\circ$
 แล้ว $\hat{B}CF$ กางกี่องศา



29. กำหนดให้ A และ B เป็นจุดตัดของพาราโบลา $y = x^2 + 8x + 16$ และ $y = -x^2 - 4x$
 C เป็นจุดบนพาราโบลา $y = -x^2 - 4x$ ที่ทำให้ความชันของเส้นตรง AC มีค่าเป็น 1
 แล้ว พื้นที่ของรูปสามเหลี่ยม ABC มีค่าเท่ากับกี่ตารางหน่วย เมื่อความยาวของส่วนของเส้นตรงระหว่างจุด (x_1, y_1)
 และ (x_2, y_2) ใดๆ มีค่าเป็น $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$



30. กำหนดตารางคะแนน ดังข้างล่างนี้ มีค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเป็น 19.5
 อัตราภาคชั้นที่มีความถี่สะสม x จะมีความถี่เป็นเท่าใด

คะแนน	ความถี่สะสม
10 - 14	7
15 - 19	10
20 - 24	12
25 - 29	17
30 - 34	x
35 - 39	40

๕ มกราคม ๒๕๕๘

