

คณิตศาสตร์เพชรยอดมงกุฏ

ชิงทุนการศึกษาพระเทพภาวนาวิกรม ครั้งที่ 2

รอบเจียรไนเพชร ช่วงชั้นที่ 3 (มัธยมศึกษาปีที่ 1 – 3)

วันที่ 22 สิงหาคม 2547 เวลา 9.00 – 11.00 น.

1. ข้อสอบฉบับนี้มี 60 ข้อ คะแนนเต็ม 120 คะแนน แบ่งออกเป็น 3 ตอน

**ตอนที่ 1** สำหรับทดสอบความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ จำนวน 20 ข้อ

ข้อละ 1 คะแนน รวม 20 คะแนน

**ตอนที่ 2** สำหรับทดสอบการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ จำนวน 20 ข้อ

ข้อละ 2 คะแนน รวม 40 คะแนน

**ตอนที่ 3** สำหรับทดสอบความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์ จำนวน 20 ข้อ

ข้อละ 3 คะแนน รวม 60 คะแนน

2. ให้นักเรียนเขียนเฉพาะคำตอบลงในกระดาษคำตอบที่กำหนดให้เท่านั้น

**ตอนที่ 1** สำหรับทดสอบความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ จำนวน 20 ข้อ

ข้อละ 1 คะแนน รวม 20 คะแนน

1. ค่าของ  $\frac{350 + 185 - 3^5}{0.0005 \times 10^2}$  เป็นเท่าใด

2. ถ้า  $a = 1 - \frac{1}{1 + \frac{2}{1 - \frac{3}{1 + \frac{4}{5}}}}$  แล้ว  $a$  มีค่าเท่าไร

3. น้ำเชื่อม 2 ชนิด มีน้ำตาลอยู่ 8% และ 4% ต้องนำน้ำเชื่อมชนิดแรกมากี่ลิตร เมื่อรวมกับน้ำเชื่อมชนิดที่สองแล้ว จะได้น้ำเชื่อม 80 ลิตร และมีน้ำตาลอยู่ 5%

4. ถ้า  $1 + 2 + 3 + \dots + 100$  มีค่าเท่ากับ 5,050  
แล้ว  $100 + 300 + 500 + \dots + 9,900$  มีค่าเท่ากับเท่าใด

5. เศษของการหาร  $(2,547)^{2,547}$  ด้วย 10 เป็นเท่าไร

6. กำหนดให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง  $a \otimes b = b^a$

ค่าของ  $\frac{2 \otimes (1 \otimes (2 \otimes 2))}{((1 \otimes 2) \otimes 1) \otimes 2}$  เป็นเท่าไร

7. ภราครมีจำนวนเหรียญห้าบาทและสิบบาทคิดเป็นอัตราส่วน 3 : 5 ถ้าเทมมีให้เหรียญห้าบาทเพิ่มอีก 5 เหรียญ และเหรียญสิบบาทอีก 9 เหรียญแก่ภราคร

ทำให้อัตราส่วนของจำนวนเหรียญห้าบาทต่อเหรียญสิบบาทของภราครเป็น 4 : 7

อยากทราบว่าเดิมภราครมีเงินเหรียญเป็นเงินกี่บาท

8. โคมเป็นพ่อของคอม อายุมากกว่าคอม 25 ปี ดอนเป็นพ่อของโคม อายุมากกว่าโคม 22 ปี

ถ้าอายุของคนทั้งสามรวมกันได้ 108 ปี อยากทราบว่าปู่อายุมากกว่าหลานกี่ปี

9. กำหนดพหุนาม  $P(x) = 2x^3 + 5x^2 - 43x + 158$

ถ้าหารพหุนาม  $P(x)$  ด้วย  $x - 5$  แล้วจะเหลือเศษเท่าใด

10. ถ้า  $2134_8 - 1567_8 = abc_8$  แล้ว  $a + b + c$  เป็นเท่าไร

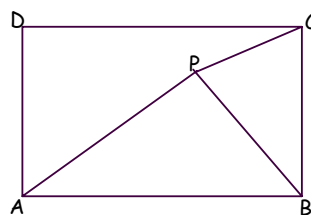
11. จากรูป  $ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ถ้า  $PA = 29$  หน่วย

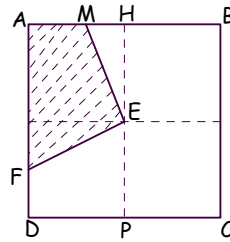
$PB = 25$  หน่วย

$PC = 17$  หน่วย

แล้วรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า  $ABCD$  มีพื้นที่เท่าไร



12. จากรูป  $ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีด้านยาวด้านละ 100 เซนติเมตร พื้นที่รูปสี่เหลี่ยม  $AMEF$  เป็นหนึ่งในห้าของพื้นที่รูปสี่เหลี่ยม  $ABCD$  จงหาความยาวของ  $\overline{FD}$



13. กำหนด  $y^2$  แปรผันโดยตรงกับ  $x^3$  เมื่อ  $x = 8$ ,  $y = 32$  แล้ว ถ้า  $y = 108$  แล้ว  $x$  มีค่าเท่าไร

14. บริษัทแห่งหนึ่งมีพนักงาน 80 คน เงินเดือนเฉลี่ยของพนักงานชายเท่ากับ 15,000 บาท และเงินเดือนเฉลี่ยของพนักงานหญิงเท่ากับ 11,000 บาท ในเดือนหนึ่งต้องจ่ายเงินเดือน 1,040,000 บาท บริษัทนี้มีพนักงานชายกี่คน

15. ถ้า  $a - \frac{1}{b} = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 7}$  โดยที่  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มบวกแล้ว  $a^2 + b^2$  มีค่าเท่าไร

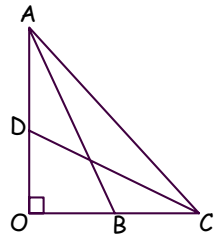
16. กำหนดค่าของ  $x$  และ  $y$  ในตาราง

$x$	1	2	3	4	...	10
$y$	3	5	9	17	...	

ถ้า  $x = 10$  แล้ว  $y$  มีค่าเท่าไร

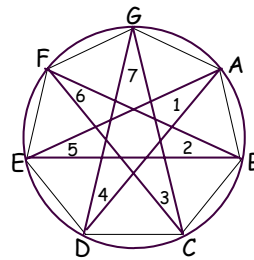
17. โยนเหรียญบาทหนึ่งเหรียญ 99 ครั้ง พบว่าออกหัว 55 ครั้ง ออกก้อย 44 ครั้ง ถ้าโยนเหรียญบาทเพิ่มอีก 1 ครั้ง โอกาสที่เหรียญจะออกก้อยเป็นกึ่งเปอร์เซ็นต์

18.

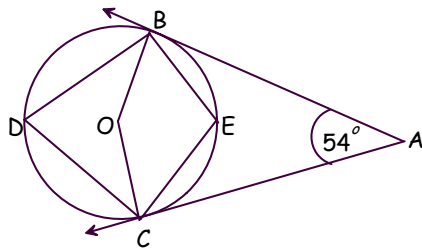


จากรูป  $AD = BC$ ,  $AB = 13$  หน่วย  
 $OB = 5$  หน่วย,  $AO = OC$   
 แล้ว  $\overline{BC}$  ยาวเท่าไร

19. จากรูป  $ABCDEFG$  เป็น  
 รูปเจ็ดเหลี่ยมด้านเท่ามุมเท่าแนบในวงกลม  
 ค่าของ  $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} + \hat{4} + \hat{5} + \hat{6} + \hat{7}$   
 เท่ากับกี่องศา



20.



จากรูป  $\overline{AB}$  และ  $\overline{AC}$  เป็นเส้นสัมผัสวงกลม  
 ที่จุด  $B$  และ  $C$  ตามลำดับ  
 $\hat{CAB} = 54^\circ$  แล้ว  $\hat{BEC}$  มีขนาดกี่องศา

**ตอนที่ 2** สำหรับทดสอบการนำคณิตศาสตร์ไปใช้ จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 2 คะแนน รวม 40 คะแนน

21. ระบบตัวเลขฐานสิบหก คือ  $1234_{16}$  เมื่อแปลงเป็นระบบตัวเลขฐานสอง  
 จะประกอบด้วยเลขโดด 1 กี่ตัว

22. กำหนดให้  $\frac{x^2}{x+1} + \frac{3x+3}{x^2} = 4$  ถ้า  $y = \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$  และ  $y < 1$  แล้ว  $\frac{1}{y}$  มีค่าเท่าใด

23. ถ้า  $A = \sqrt{5} + \sqrt{3}$  และ  $B = \sqrt{5} - \sqrt{3}$  ค่าของ  $A^2 + 5AB + B^2$  มีค่าเท่าใด

24. ถ้า  $\frac{7x - 14}{x^2 - x - 12} = \frac{A}{x - 4} + \frac{B}{x + 3}$  แล้ว  $B - A$  มีค่าเท่าไร

25. กำหนด  $x^2 + y^2 + z^2 + 2,004w^2 = 4w(x + y + z)$  แล้ว  
ค่าของ  $(x + 2)(y + 3)(z + 4)(w + 5)$  เป็นเท่าไร

26. จำนวนที่มีสองหลักจำนวนหนึ่ง เลขโดดในหลักสิบ มากกว่าเลขโดดในหลักหน่วยอยู่ 3 และจำนวนนี้น้อยกว่าค่าผลบวกของกำลังสองของเลขโดดในหลักหน่วย และกำลังสองของเลขโดดในหลักสิบอยู่ 4

จงหาผลคูณของเลขโดดทั้งสอง

27. แอนซื้อผ้าไหมมา 38 เมตร และผ้าฝ้าย 23 เมตร เป็นเงิน 9,670 บาท ถ้าเธอขายผ้าไหมได้กำไร 25% และขายผ้าฝ้าย 20% รวมกำไรทั้งหมดเป็นเงิน 2,314 บาท

อยากทราบว่าแอนซื้อผ้าไหมมาราคาเมตรละกี่บาท

28. จะต้องเทสารผสม 40% ออกจากถัง 32 ลิตร เป็นจำนวนกี่ลิตร เมื่อเติมน้ำเข้าแทนที่  
ในปริมาณเท่ากัน จึงจะได้สารผสม 25%

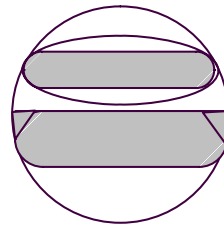
29. ต้นทุนโทรศัพท์มือถือเครื่องหนึ่งราคา 1,990 บาท จะต้องปิดราคาขายไว้เท่าไร เมื่อลดราคา  
ให้ผู้ซื้อ 20% แล้วยังได้กำไร 20%

30. ชายคนหนึ่งเดินทางไปยังที่แห่งหนึ่ง ถ้าเขาเดินเร็วขึ้นชั่วโมงละ 1 กิโลเมตร จะถึงปลายทางเร็วขึ้นกว่าปกติ 90 นาที แต่ถ้าเขาลดความเร็วลงชั่วโมงละ  $\frac{1}{2}$  กิโลเมตร จะถึงปลายทางช้ากว่าปกติ 60 นาที ถ้าเขาเดินด้วยความเร็วปกติในระยะทางเดินจะใช้เวลาที่ชั่วโมง

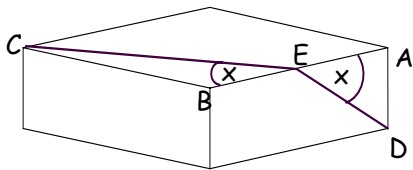
31. ถ้า  $ax^2 + bx + 2$  เป็นรากที่สองของพหุนาม  $9x^4 - 25x^2 + 28x^2 - 16x + 4$  แล้ว  $a^2 + b^2$  มีค่าเท่าใด

32. จุดยอดของพาราโบลาซึ่งมีสมการเป็น  $y = 5 + 8x - 2x^2$  อยู่ห่างจากจุดกำเนิดประมาณกี่หน่วย (ตอบเป็นจำนวนเต็มใกล้เคียงที่สุด)

33. ทรงกลมกลวงอันหนึ่งมีรัศมีภายในยาว 15 เซนติเมตร ใส่น้ำในทรงกลมนี้ ดังรูป ถ้าเส้นผ่านศูนย์กลางของพิน้ำยาว 24 เซนติเมตร แล้วระดับน้ำในทรงกลมนี้สูงกี่เซนติเมตร



34.



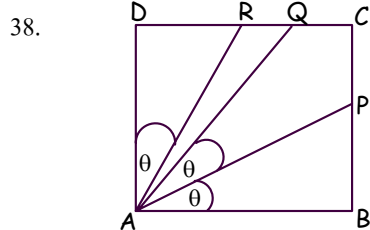
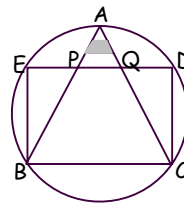
จากรูป  $A, B, C$  และ  $D$  เป็นจุดยอดมุมของปริซึมสี่เหลี่ยมมุมฉากกว้าง 5 เซนติเมตร ยาว 12 เซนติเมตร สูง 10 เซนติเมตร  $E$  เป็นจุดบนด้าน  $AB$  ทำให้  $\angle BEC = \angle AED = x$  องศา แล้ว  $4 \tan x$  มีค่าเท่าไร

35. กรวยยอดตัดอันหนึ่งหน้าตัดทั้งสองมีเส้นผ่านศูนย์กลางยาว 60 เซนติเมตร และ 40 เซนติเมตร ถ้ากรวยยอดตัดอันนี้สูง 42 เซนติเมตร จะมีปริมาตรกี่ลูกบาศก์เซนติเมตร (กำหนด  $\pi = \frac{22}{7}$ )

36. เส้นรอบรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน  $ABCD$  เท่ากับ 12 เซนติเมตร ส่วนสูงที่ลากจาก  $D$  ตั้งฉากกับด้าน  $AB$  ยาว  $\sqrt{3}$  เซนติเมตร

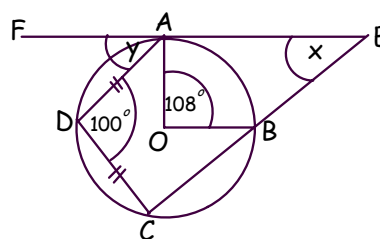
ถ้ามุม  $A$  มีขนาด 60 องศา แล้วพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมด้านขนานรูปนี้เท่ากับกี่ตารางเซนติเมตร (กำหนด  $\sqrt{3} = 1.732$ )

37. จากรูป  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า  $BCDE$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แนบในวงกลมมีรัศมี  $4\sqrt{3}$  หน่วย รูปสามเหลี่ยม  $APQ$  มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย



จากรูป  $ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส จุด  $P$  และจุด  $R$  แบ่งครึ่งด้าน  $BC$  และด้าน  $CD$  ตามลำดับ ถ้า  $AB = 4$  หน่วย แล้วพื้นที่รูปสามเหลี่ยม  $ARQ$  เป็นเท่าไร

39. จากรูป  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลม  $\overline{EF}$  สัมผัสวงกลมที่จุด  $A$   
 $x + y$  เท่ากับกี่องศา



40. มีสลาก 100 ใบ เขียนหมายเลข 1 ถึง 100 สุ่มหยิบสลาก 1 ใบ  
 จงหาโอกาสที่จะหยิบได้สลากหมายเลขที่ 2 หรือ 5 หารลงตัว แต่ 10 หารไม่ลงตัวเท่ากับกี่เปอร์เซ็นต์

**ตอนที่ 3** สำหรับทดสอบความเป็นเลิศทางคณิตศาสตร์ จำนวน 20 ข้อ ข้อละ 3 คะแนน รวม 60 คะแนน

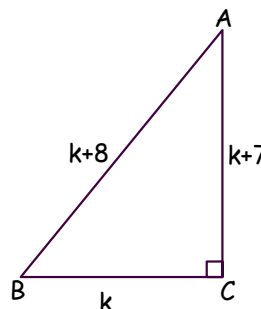
41. ให้  $m = 8^3 \times 3^5 \times 5^4$  มีจำนวนนับที่ไม่ใช่จำนวนเฉพาะกี่จำนวนที่หาร  $M$  ลงตัว

42. กำหนดสมการ  $(x - a)(x - b)(x - c)(x - d) + 1 = (x^2 - 11x + 29)^2$   
แล้ว  $a + b + c + d$  เท่ากับเท่าใด เมื่อ  $a < b < c < d$

43. ถ้า  $(2m)^3 = (3n)^3 = (4w)^3$  และ  $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} + \frac{1}{w} = 1$   
แล้วค่าของ  $\sqrt[3]{8m^2 + 27n^2 + 64w^2}$  เท่ากับเท่าไร

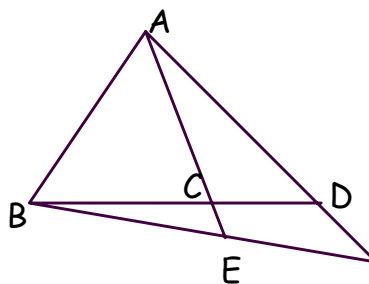
44. กำหนด  $a^\otimes = \begin{cases} a - 5 \\ ((a + 9)^\otimes)^\otimes : a < 50 \end{cases}$   
แล้ว  $1^\otimes + 2^\otimes + 3^\otimes + 4^\otimes$  มีค่าเท่าไร

45. จากรูป ถ้า  $a, b$  สอดคล้องกับสมการ  
 $x^2 - (k + 21)x + k^2 = 0$   
แล้วค่าของ  $ab + a + b$  เป็นเท่าไร



46. ถ้า  $a$  เป็นผลบวกของคำตอบสมการ  $5^{2x} - 6(5^x) = -5$   
และ  $b$  เป็นคำตอบของสมการ  $\sqrt{x + \sqrt{x + 11}} + \sqrt{x - \sqrt{x + 11}} = 4$   
ค่าของ  $a + b$  เป็นเท่าไร

47. จากรูป กำหนดให้  $ABC$  เป็น  
รูปสามเหลี่ยมใดๆ  $BC : CD = 5 : 4$   
และ  $AC : CE = 5 : 6$   
ถ้าให้  $AF = mAD$   
และ  $BF = nBE$   
แล้ว  $\sqrt{m + n}$  เป็นเท่าไร



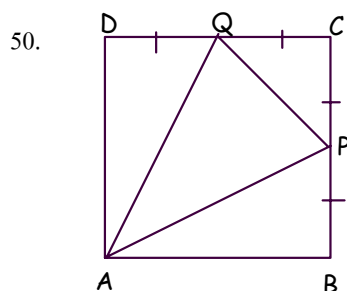


48. กำหนด  $\sin 2A = 2\sin A \cos A$  และ  $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

ค่าของ  $\tan 15^\circ + \tan 22.5^\circ + \cot 15^\circ - \cot 22.5^\circ$  มีเท่ากับเท่าใด

49. แก้วน้ำรูปทรงกระบอกรัศมี 7 เซนติเมตร มีน้ำเต็ม มีพื้นที่ผิวข้าง  $\frac{4,162}{7}$  ตารางเซนติเมตร

ถ้าเอียงแก้ว โดยด้านข้างทำมุม  $45^\circ$  กับพื้นราบ จะมีน้ำเหลืออยู่ในแก้วเท่าไร

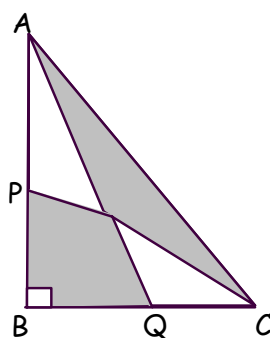


จากรูป  $ABCD$  เป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส  
ยาวด้านละ 60 หน่วย แล้วพหุคูณที่มี  
รูปสามเหลี่ยม  $APQ$  เป็นฐาน  
มีความสูงเท่าไร

51. ทุน 80,000 บาท ดอกหนูนำไปลงทุนซื้อเสื้อผ้าสำเร็จรูปมาขายได้กำไร 12% และนำไปลงทุนทำขนมตาลขายได้กำไร 13% เวลาผ่านไป 5 เดือน พบว่าได้กำไรเท่ากัน อยากทราบว่าดอกหนูลงทุนซื้อเสื้อผ้าสำเร็จรูปมาขายเท่าไร

52. ในการจัดเลี้ยงอาหารเพื่อนร่วมงานได้เตรียมค่าอาหารไว้ 9,000 บาท โดยคาดว่าจะมากันครบ แต่พอถึงเวลาปรากฏว่าติดธุระ 5 คนมาไม่ได้ เมื่อเฉลี่ยกันออกค่าอาหารจะต้องออกเพิ่มคนละ 150 บาท จงหาว่ามีผู้ร่วมงานเลี้ยงกี่คน

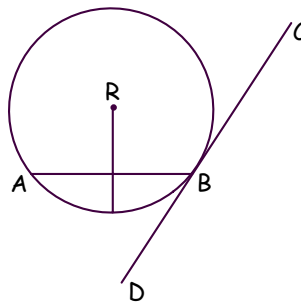
53. จากรูป  $ABC$  เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีพื้นที่ 9 ตารางหน่วย  $P, Q$  เป็นจุดแบ่งครึ่งด้าน  $AB$  และ  $BC$  ตามลำดับ แล้วพื้นที่ส่วนที่แรเงาเป็นเท่าไร



54. รูปสี่เหลี่ยมที่มีจุดยอดอยู่ที่จุดตัดกันของกราฟ ซึ่งมีสมการ  $x^2 + y^2 = 145$  และ  $xy = 72$  มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

55.  $x$  เท่ากับผลบวกของจำนวนสองจำนวน จำนวนหนึ่งมีค่าคงตัว อีกจำนวนหนึ่ง แปรผันโดยตรงกับ  $y$  ถ้า  $x = 20$  เมื่อ  $y = \frac{1}{3}$  และ  $x = 45$  เมื่อ  $y = 2$   
จงหาค่าต่ำสุดของ  $x$  เมื่อ  $y \geq 0$

56.  $\overline{CD}$  สัมผัสวงกลมซึ่งมี  $R$  เป็นจุดศูนย์กลางที่จุด  $B$   $\overline{RE}$  แบ่งครึ่งและตั้งฉากกับ  $\overline{AB}$  ถ้า  $AB = 6\sqrt{3}$  หน่วย และ  $RE = 6$  หน่วย มุม  $ABC$  มีขนาดกี่องศา



57. เส้นขนาน 2 ชุด ชุดแรกมี 5 เส้น ชุดที่สองมี 4 เส้น ถ้าเส้นขนานทั้ง 2 ชุดนี้ตัดกันทำให้เกิดรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน  
จงหาว่ารูปสี่เหลี่ยมด้านขนานที่เกิดขึ้นมีทั้งหมดกี่รูป

58. ถ้า โอกาสที่ นาย ก จะได้เหรียญทอง เท่ากับ 0.5  
โอกาสที่ นาย ก จะได้เหรียญเงิน เท่ากับ 0.3  
โอกาสที่ นาย ก จะได้เหรียญทองหรือเหรียญเงิน เท่ากับ 0.7  
โอกาสที่ นาย ก ไม่ได้เหรียญทองและเหรียญเงินเป็นกี่ปอร์เซ็นต์

59. นักเรียนชั้นหนึ่งเป็นชาย 60 คน หญิง 40 คน ค่าเฉลี่ยอายุเฉลี่ยของนักเรียนชายได้ 15.2 ปี อายุเฉลี่ยของนักเรียนหญิงได้ 14.5 ปี แต่มีนักเรียน 2 คน บอกรายอายุเกินไป 1 ปี อีก 2 คน บอกรายอายุต่ำไป 2 ปี อายุเฉลี่ยที่แท้จริงของนักเรียนชั้นนี้เป็นกี่ปี (ตอบเป็นทศนิยม)

60. ข้อมูลชุดหนึ่งเป็นจำนวนเต็ม 5 จำนวน มีค่าเฉลี่ยเลขคณิต มัธยฐาน ฐานนิยม และพิสัยเป็น 18 เท่ากัน ข้อมูลชุดนี้เป็นไปได้ทั้งหมดกี่แบบ