



# สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์

ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นประจำปีการศึกษา 2548

สอบวันอาทิตย์ที่ 27 พฤศจิกายน 2548 เวลา 9.00 - 11.00 น.

ตอนที่หนึ่ง (ข้อละ 2.5 คะแนน)

1. ถ้า  $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} = \frac{A}{B}$  เมื่อ  $\frac{A}{B}$  เป็นเศษส่วนอย่างต่ำ

แล้ว  $B - A$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 23

ข. 24

ค. 25

ง. 26

2. กำหนดให้  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนเต็มที่มีสมบัติต่อไปนี้

$$7x > 65, \quad 25 - 2x \geq 1$$

$$3 < 2y + 15, \quad -8 \leq y < -3$$

$x + y$  มีค่ามากที่สุด เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 7

ข. 8

ค. 9

ง. 10

3. ถ้า  $\frac{1}{x} + \frac{1}{2y} = 3$  แล้ว  $\frac{2x - 3xy + 4y}{4x + 3xy + 8y}$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\frac{1}{\sqrt{3}}$

ข.  $\frac{1}{3}$

ค.  $\sqrt{3}$

ง. 3

4. ถ้า  $0 < y < x$  และ  $x^2 + y = z$  แล้ว ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก.  $\frac{1}{x} - 1 \geq 1 - \frac{1}{y}$

ข.  $x - 1 + \frac{1}{x+y} \geq 1 - y$

ค.  $x^2y + xy < z^2$

ง.  $xy^2 + xy < z^2$







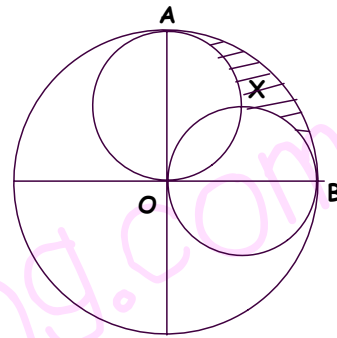
8. จากรูป ให้  $O$  เป็นจุดศูนย์กลางของวงกลมวงใหญ่  $OA$  และ  $OB$  เป็นเส้นผ่านศูนย์กลางของวงกลมวงเล็ก ถ้า  $OB = 2$  หน่วย แล้ว บริเวณ  $X$  ที่แรเงามีพื้นที่เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\frac{\pi - 1}{2}$  ตารางหน่วย

ข.  $\frac{\pi - 2}{2}$  ตารางหน่วย

ค.  $\frac{\pi + 1}{2}$  ตารางหน่วย

ง.  $\frac{\pi + 2}{2}$  ตารางหน่วย



9. ให้  $A, B$  มากกว่า 0

ถ้า  $A$  เป็นรากที่สองของ  $B$  และ  $B$  เป็นรากที่สามของ 4 แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก.  $A^2 B^2 = 2B$

ข.  $A^4 B = A^3 + 2$

ค.  $2A^2 = B^6 + 2$

ง.  $2B^2 = A^6 + 2$

10. ให้  $a^2 < b^6$  พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1)  $a < 2b$

(2)  $\left| \frac{b^3}{a} \right| > 1$

(3)  $\frac{a - b^3}{a + b^3} < 0$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง

ก. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

ข. ข้อ (3) เท่านั้นเป็นจริง

ค. ข้อ (1) และ (3) เท่านั้นเป็นจริง

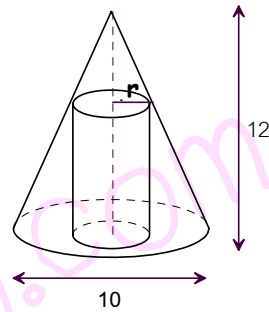
ง. ข้อ (1), (2) และ (3) เป็นจริง



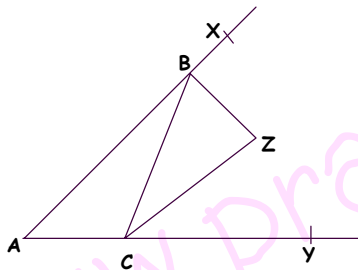


11. ปริมาตรของทรงกระบอกซึ่งบรรจุในกรวยที่มีรัศมี 5 เซนติเมตร และสูง 12 เซนติเมตร โดยที่ ขอบของทรงกระบอกด้านบนแนบกับกรวยพอดี ดังรูป เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก.  $\frac{12}{5}\pi(5r^2 - r^3)$  ลูกบาศก์เซนติเมตร
- ข.  $\frac{12}{5}\pi(r^3 - r^2)$  ลูกบาศก์เซนติเมตร
- ค.  $\frac{5}{12}\pi(5r^2 - r^3)$  ลูกบาศก์เซนติเมตร
- ง.  $\frac{5}{12}\pi(r^3 - r^2)$  ลูกบาศก์เซนติเมตร



12. ให้  $ABX$  และ  $ACY$  เป็นส่วนของเส้นตรง ซึ่งเส้นแบ่งครึ่งมุม  $XBC$  และเส้นแบ่งครึ่งมุม  $BCY$  พบกันที่จุด  $Z$  ดังรูป



ถ้า  $BZC = 80^\circ$  แล้ว  $BAC$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก.  $15^\circ$
- ข.  $20^\circ$
- ค.  $30^\circ$
- ง.  $40^\circ$

13. กล่องใบหนึ่งมีสลาก 31 ใบ โดยสลากที่เขียนตัวอักษรภาษาอังกฤษที่เป็นสระมีอย่างละ 2 ใบ ส่วนที่เขียนตัวอักษรภาษาอังกฤษที่เป็นพยัญชนะมีอย่างละ 1 ใบ

ถ้าสุ่มหยิบสลาก 1 ใบจากกล่องใบนี้ ความน่าจะเป็นที่จะได้ตัวอักษรภาษาอังกฤษซึ่งอยู่ระหว่าง  $k$  และ  $t$  เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก.  $\frac{8}{31}$
- ข.  $\frac{9}{31}$
- ค.  $\frac{10}{31}$
- ง.  $\frac{11}{31}$





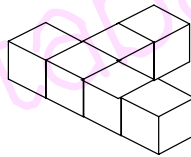
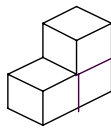
14. ผลการสอบวิชาภาษาอังกฤษของนักเรียนกลุ่มหนึ่ง ซึ่งมี 20 คน เป็นดังนี้

คะแนน	ความถี่
1	1
3	5
5	4
7	7
9	3
	<b>20</b>

ข้อใดต่อไปนี้เป็นกล่าวได้ถูกต้อง สำหรับผลการสอบวิชาภาษาอังกฤษ จากตาราง

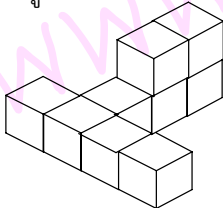
- ก. มัธยฐานมากกว่าฐานนิยม 1 คะแนน
- ข. ฐานนิยมมากกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต 1.4 คะแนน
- ค. มัธยฐานน้อยกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต 0.6 คะแนน
- ง. มัธยฐานมากกว่าฐานนิยม และมากกว่าค่าเฉลี่ยเลขคณิต

15. กำหนดวัสดุ 2 ชิ้น ดังนี้

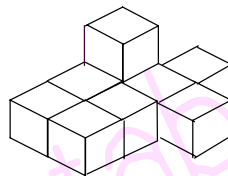


รูปในข้อใด ได้จากการประกอบกันของวัสดุ 2 ชิ้นที่กำหนด

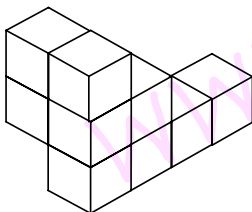
ก.



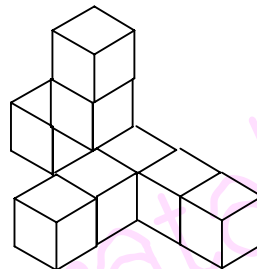
ข.



ค.



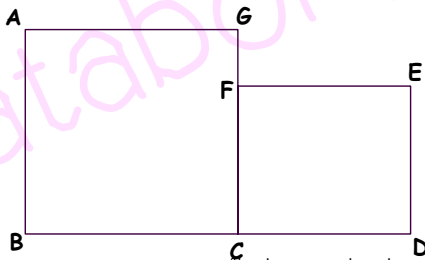
ง.





**ตอนที่ 2** (ข้อละ 2.5 คะแนน)

1. กำหนดให้ จุด  $C$  อยู่บนด้าน  $BD$  ตามรูป



ถ้า  $BD$  ยาว 6 หน่วย และพื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส  $ABCG$  เป็นสองเท่าของรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส  $CDEF$  แล้ว ด้าน  $BC$  ยาวกี่หน่วย

2. จงหาค่าของ  $k$  ที่ทำให้สมการ  $2x^2 + kx + 1 = 0$  มีผลต่างของคำตอบเท่ากับ  $\frac{1}{2}$

3. กำหนดให้  $y$  เท่ากับผลบวกของจำนวนสองจำนวน โดยที่จำนวนแรกแปรผันตรงกับ  $x^2$  และจำนวนที่สองแปรผกผันกับ  $x$

ถ้า  $y = 19$  เมื่อ  $x = 2$  และ  $x = 3$  แล้ว จงเขียน  $y$  ในรูปของ  $x$

4. ถ้าพหุนาม  $x + 3$  หารพหุนาม  $x^4 + kx^3 - 5x^2 + 10x - 6$  ลงตัว แล้ว จงแยกตัวประกอบของพหุนาม  $x^4 + kx^3 - 5x^2 + 10x - 6$





5. ซ็อกกาแฟมาสองชนิดรวม 50 กิโลกรัม โดยเป็นกาแฟชนิดกิโกรัมละ 160 บาท และกาแฟชนิดกิโกรัมละ 220 บาท เมื่อนำกาแฟทั้งสองชนิดมาผสมกันแล้วขายไปกิโกรัมละ 200 บาท ได้กำไร 1,280 บาท จงหาว่า ซ็อกกาแฟทั้งสองชนิดมาชนิดละกี่กิโลกรัม

6. ให้  $X = 1234_5$  และ  $Y = 101010_2$   
จงเขียน  $X - Y$  ให้อยู่ในระบบตัวเลขฐานสิบสอง

7. ให้  $A$  เป็นจำนวนในระบบตัวเลขฐานเจ็ด ซึ่งสอดคล้องสมการ  
 $A^2 - (200_3)A + 1010001_2 = 224_5$   
 $A$  คือจำนวนใด (เขียนในระบบตัวเลขฐานเจ็ด)

8. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปหนึ่ง กว้าง 10 เซนติเมตร ยาว 20 เซนติเมตร  
ถ้าต้องการเพิ่มความยาวด้านของแต่ละด้านเท่ากัน เพื่อให้ได้รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่เพิ่มขึ้นจากเดิม  $\frac{189}{8}\%$   
แล้ว จะต้องเพิ่มความยาวของแต่ละด้านอีกกี่เซนติเมตร

9. ผลบวกของจำนวนเต็ม  $n$  ทั้งหมดซึ่งสอดคล้องสมการ

$$\frac{\sqrt[3]{(-8)^{2n-1}}}{\sqrt{n^2 + 2n + 1}} = 2^{2(n-1)}(-3)^{-1} \quad \text{เท่ากับเท่าใด}$$





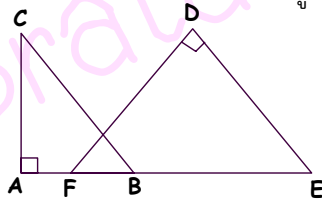
10. กำหนดให้  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{2b_2}{a_2} = \frac{a_3}{b_3} = \frac{4b_4}{a_4} = \dots = \frac{2548b_{2548}}{a_{2548}} = l$

และ  $b_2 + 3b_4 + \dots + 2547b_{2548} = k(b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + \dots + b_{2548})$

โดยที่  $l$  และ  $k$  เป็นจำนวนเต็ม

แล้ว ค่าของ  $\frac{a_1 + l^2a_2 + a_3 + l^2a_4 + \dots + l^2a_{2548}}{b_1 + b_2 + b_3 + b_4 + \dots + b_{2548}}$  เท่ากับเท่าใด (ตอบในรูปของ  $l$  และ  $k$ )

11. กำหนดให้  $\triangle ABC \sim \triangle DEF$  และรูปสามเหลี่ยมทั้งสองมีรูป ดังนี้



ถ้า  $DE = 80$  หน่วย,  $DF = 60$  หน่วย,  $AC = 42$  หน่วย,

$AF = 32$  หน่วย,  $BE = 76$  หน่วย,  $BC = x$  หน่วย,

และ  $BF = y$  หน่วย

แล้ว จงหาค่าของ  $x$  และ  $y$

12. นำแท่งโลหะแท่งหนึ่ง ซึ่งมีพื้นที่หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า มาหลอมทำเป็นแท่งโลหะแท่งใหม่ซึ่งยังคงมีพื้นที่หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า แต่พื้นที่หน้าตัดของแท่งโลหะใหม่นี้น้อยกว่าพื้นที่หน้าตัดของแท่งโลหะเดิม 20 %

จงหาว่า แท่งโลหะแท่งใหม่นี้ยาวกว่าแท่งโลหะแท่งเดิมกี่เปอร์เซ็นต์

ถ้าปริมาตรของแท่งโลหะไม่มีการเปลี่ยนแปลง

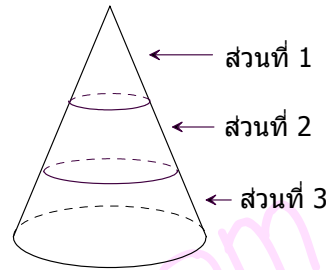






13. กรวยโลหะตันสูง 27 เซนติเมตร ถูกตัดออกเป็น 3 ส่วน ดังรูป โดยที่แต่ละส่วนมีความสูงเท่ากัน เมื่อนำส่วนที่ 2 มาหลอมทำเป็นทรงกลมรัศมี 7 เซนติเมตร ปรากฏว่า ได้ลูกโลหะทรงกลม 4 ลูกพอดี

จงหาว่า กรวยโลหะตันนี้มีรัศมีของฐานยาวเท่าใด



14. แก้วน้ำทรงกระบอกใบหนึ่งมีรัศมี 4 เซนติเมตร และมีน้ำอยู่ภายในเล็กน้อย เมื่อหย่อนลูกแก้วทรงกลมลูกหนึ่งรัศมี 3 เซนติเมตร ลงไปในแก้วน้ำ ปรากฏว่า น้ำที่มีอยู่ท่วมมิดลูกแก้วพอดี

จงหาว่า ก่อนหย่อนลูกแก้วลงไป ในแก้วน้ำ ระดับความสูงของน้ำเป็นเท่าใด

15. ให้  $N$  เป็นจำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุด ซึ่ง  $N \geq 2$  และมีสมบัติว่า เมื่อหาร  $N$  ด้วยจำนวนเฉพาะทุกจำนวนที่น้อยกว่า 12 จะเหลือเศษ 1 เท่ากันเสมอ

จงหาว่า จำนวนเต็ม  $N$  คือจำนวนใด

16. ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนเต็มบวก ที่มีสมบัติว่า

(1) ห.ร.ม. ของ  $a$  และ  $b$  เท่ากับ 6

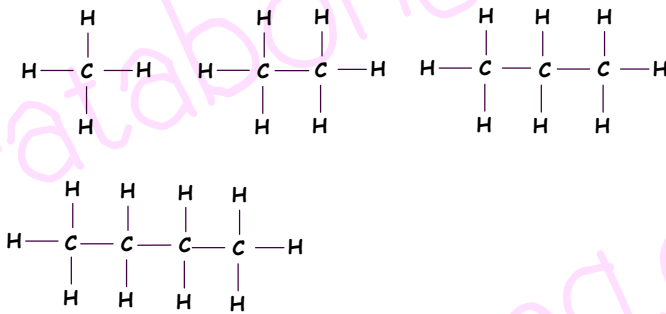
(2) ผลคูณ ของ  $a$  และ  $b$  เท่ากับ 720

จงหาว่า จำนวนเฉพาะที่อยู่ใกล้ ค.ร.น. ของ  $a$  และ  $b$  มากที่สุด คือจำนวนใด



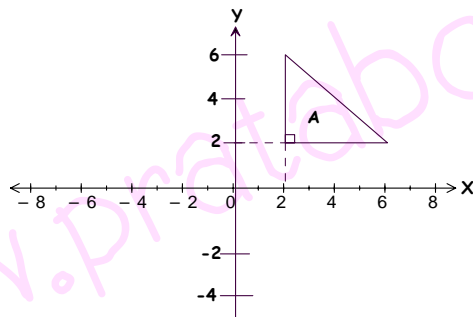


17. ถ้าสมาชิกทุกตัวของครอบครัวของสารประกอบเคมีอย่างหนึ่ง ประกอบด้วย อะตอมของคาร์บอน  $C$  และ อะตอมของไฮโดรเจน  $H$  โดยที่สมาชิกบางตัวของครอบครัวของสารประกอบนี้ มีรูปแบบเป็น



ถ้าสมาชิกตัวที่  $n$  ของครอบครัวของสารประกอบนี้ ประกอบด้วยจำนวนอะตอมของคาร์บอนเท่ากับ  $n$  แล้ว จงเขียนจำนวนอะตอมของไฮโดรเจนของสมาชิกตัวที่  $n$  ใดๆ ในรูปของ  $n$

18.



กำหนดรูปสามเหลี่ยม  $A$  และจุด  $P$  ดังรูป

(1) ถ้ารูปสามเหลี่ยม  $B$  ได้จากการหมุนรูปสามเหลี่ยม  $A$  ไปในทิศตามเข็มนาฬิกาด้วยมุม  $90$  องศา โดยมีจุด  $P$  เป็นจุดหมุนแล้ว จงบอกพิกัดของจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม  $B$

(2) ถ้ารูปสามเหลี่ยม  $C$  เป็นรูปที่เกิดจากการสะท้อนรูปสามเหลี่ยม  $A$  โดยมีเส้น  $y = -x$  เป็นเส้นสะท้อนแล้ว จงบอกพิกัดของจุดยอดของรูปสามเหลี่ยม  $C$

19. กำหนดจุด  $A, B, C, D, E, F$  มีพิกัด ดังนี้

$$A(3, 4) \quad B(1, 2) \quad C(4, 2) \quad D(-2, 7) \quad E(-4, 5) \quad F(-1, 5)$$

ถ้ารูปสามเหลี่ยม  $DEF$  ได้จากการเลื่อนขนานรูปสามเหลี่ยม  $ABC$  แล้ว จงบอกทิศทาง และหาระยะทางของการเลื่อนขนานนี้ อย่างชัดเจน





20. กำหนดจุด  $P, Q, R$  มีพิกัด ดังนี้  $P(-5, 2), Q(-3, 4), R(-6, 4)$

ถ้า  $\Delta P_1Q_1R_1$  เป็นรูปที่ได้จากการสะท้อน  $\Delta PQR$  ข้ามแกน  $Y$

และ  $\Delta P_2Q_2R_2$  เป็นรูปที่ได้จากการสะท้อน  $\Delta P_1Q_1R_1$  ข้ามแกน  $X$

แล้ว จงบอกวิธีการแปลงเพียงครั้งเดียว อย่างชัดเจน เพื่อให้ได้ว่า  $\Delta P_2Q_2R_2$  ได้จากรูปต้นแบบ  $\Delta PQR$  โดยการแปลงเพียงครั้งเดียวนี้

21. มีลูกบอลขนาดเดียวกันในกล่อง 2 ใบ โดยที่

กล่องใบที่หนึ่ง มีลูกบอลสีขาว 3 ลูก สีดำ 2 ลูก

กล่องใบที่สอง มีลูกบอลสีขาว 1 ลูก สีดำ 2 ลูก

ถ้าสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องใบที่หนึ่ง 1 ลูกโดยไม่ดู แล้วนำไปใส่ลงในกล่องใบที่สอง หลังจากนั้น ก็เขย่าให้ลูกบอลคลุกกัน และสุ่มหยิบลูกบอลจากกล่องใบที่สอง 1 ลูก

จงหา ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบอลสีขาวจากกล่องใบที่สองนี้

22. ผลการสอบวิชาคณิตศาสตร์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 100 คะแนน ของนักเรียน 20 คน เป็นดังนี้

คะแนน	จำนวนนักเรียน (คน)
94	1
$x$	6
82	3
65	4
30	4
24	2

ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเท่ากับ 64.5 คะแนน แล้ว จงหาว่า  $x$  เท่ากับเท่าใด





23. บริษัทแห่งหนึ่งมี 3 แผนก ซึ่งจำนวนคนงานและค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเงินเดือนในแต่ละแผนก เป็นดังนี้

	แผนกที่ 1	แผนกที่ 2	แผนกที่ 3
จำนวนคนงาน (คน)	40	30	50
ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเงินเดือน (บาท)	12,600	18,400	$x$

ถ้าค่าเฉลี่ยเลขคณิตของเงินเดือนคนงานทั้งหมดเท่ากับ 16,200 บาท

แล้ว จงหาว่า  $x$  เท่ากับเท่าใด

24. ทอดลูกเต๋า 2 ลูก พร้อมกัน 1 ครั้ง ความน่าจะเป็นที่ผลรวมของแต้มหารด้วย 3 ลงตัว เท่ากับเท่าใด

25. ในวันตรุษจีน เจ้าสัวธนาได้เตรียมเงินไว้จำนวนหนึ่ง เพื่อแจกเป็นเงินอั่งเปาให้หลานๆ เมื่อหลานมาไหว้ โดยมีวิธีแจกเงิน ดังนี้

ให้เงินหลานคนที่หนึ่งเป็นเงิน 1,000 บาท และให้อีก หนึ่งในสิบของเงินที่เหลืออยู่

ให้เงินหลานคนที่สองเป็นเงิน 2,000 บาท และให้อีก หนึ่งในสิบของเงินที่เหลืออยู่

ให้เงินหลานคนที่สามเป็นเงิน 3,000 บาท และให้อีก หนึ่งในสิบของเงินที่เหลืออยู่

เจ้าสัวได้แจกเงินอั่งเปาแบบนี้ไปเรื่อยๆ จนกระทั่งเงินที่เตรียมไว้หมดพอดี ผลปรากฏว่า หลานทุกคนได้รับเงินครบทุกคนเป็นจำนวนที่เท่ากัน

จงหาว่า เจ้าสัวธนามีหลานอยู่ทั้งหมดกี่คน

วันที่สี่สิบสอง เดือนสิบสอง พ.ศ.สองห้าสี่แปด

