



สมาคมคณิตศาสตร์แห่งประเทศไทย ในพระบรมราชูปถัมภ์ ข้อสอบแข่งขันคณิตศาสตร์ ปีการศึกษา 2541 ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ตอนที่ 1 ข้อละ 2 คะแนน

1. ให้ $A = \{a, \{a\}, \{\{a\}\}\}$ ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง

ก. $A \subset P(A)$

ข. $A \cap P(A) = \emptyset$

ค. $\exists x \exists y [x \in y] ; U = A \cap P(A)$

ง. $\forall x \forall y [(x \in y) \vee (x \subset y)] ; U = A \cap P(A)$

2. เซตคำตอบของอสมการ $x^3 - 6x^2 + 12x - 5 > |x + 1|$ เป็นสับเซตของเซตในข้อใดต่อไปนี้

ก. $(-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (4, \infty)$

ข. $(0, 2) \cup (3, \infty)$

ค. $(-\infty, 0) \cup (\frac{1}{2}, 4)$

ง. $(1, \frac{3}{2}) \cup (4, \infty)$

3. ให้ l เป็นเส้นแบ่งครึ่งมุมระหว่างเส้นตรง $3x - 4y = 2$ และ $5x - 12y + 26 = 0$ โดยที่ l มีความชันเป็นลบ วงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุด $(3, -2)$ และมี l เป็นเส้นสัมผัส คือวงกลมที่มีสมการเป็นข้อใดต่อไปนี้

ก. $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 52 = 0$

ข. $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 51 = 0$

ค. $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 3 = 0$

ง. $4x^2 + 4y^2 - 24x + 16y - 13 = 0$

4. ผลคูณของรากทั้งหมดของสมการ $6^x + 6 = 2^{x+1} + 3^{x+1}$ มีค่าอยู่ในช่วงในข้อใดต่อไปนี้

ก. $[0, 1)$

ข. $[1, 2)$

ค. $[2, 3)$

ง. $[3, 4)$





9. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} \frac{3|x+1|}{x+1} & ; x \neq -1 \\ 3 & ; x = -1 \end{cases}$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

- (1) f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ $x = -1$
 (2) f เป็นฟังก์ชันไม่ต่อเนื่องที่ $x = 0$

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง
 ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง
 ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง
 ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ

10. กำหนดให้ $f(x) = 2 - (x - 1)^{\frac{4}{3}}$ ข้อความใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. f เป็นฟังก์ชันเพิ่มในช่วง $(0, \infty)$
 ข. ค่าสูงสุดสัมพัทธ์ของ f เท่ากับ 2 เมื่อ $x = 1$
 ค. f เป็นฟังก์ชันลดในช่วง $(-\infty, 0)$
 ง. ค่าต่ำสุดสัมพัทธ์ของ f เท่ากับ 2 เมื่อ $x = 1$

11. ให้ความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้ง $y = f(x)$ เท่ากับ $\sqrt{5}x^2$

ถ้าเส้นโค้งนี้ผ่านจุด $(0, 10)$ และอัตราการเปลี่ยนแปลงของความชันของเส้นสัมผัสเส้นโค้งที่จุด (a, b)

เท่ากับ $6\sqrt{5}$ แล้ว b คือค่าในข้อใดต่อไปนี้

- ก. $9\sqrt{5} + 10$
 ข. $7\sqrt{5} + 10$
 ค. $5\sqrt{5} + 10$
 ง. $3\sqrt{5} + 10$

12. โหม่ นิด แอ้ว และเพื่อนนักเรียนอีก 4 คน จัดงานเลี้ยงวันขึ้นปีใหม่ ถ้าคนทั้งหมดนั่งเก้าอี้ 7 ตัว ซึ่งวางเรียงกันเป็นแถวตรงแล้ว จงหาความน่าจะเป็นที่โหม่และแอ้วไม่ได้นั่งติดกับนิด

- ก. $\frac{4}{21}$
 ข. $\frac{5}{21}$
 ค. $\frac{9}{21}$
 ง. $\frac{10}{21}$





20. กำหนดเวกเตอร์ $\vec{u} = 3\vec{i} - 4\vec{j}$, $\vec{v} = 4\vec{i} + 3\vec{j}$ และ $\vec{w} = a\vec{i} + b\vec{j}$

ถ้ามุมระหว่าง \vec{w} และ \vec{u} เท่ากับ 30° มุมระหว่าง \vec{w} และ \vec{v} เท่ากับ 60° และ \vec{w} มีขนาด 2 หน่วย

แล้ว ค่าของ $a + b$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $1 + \sqrt{3}$

ข. $1 - \sqrt{3}$

ค. $\frac{1}{5}(7 - \sqrt{3})$

ง. $\frac{1}{5}(1 + 7\sqrt{3})$

21. จากรูป กำหนดให้ $\vec{AD} = \frac{1}{2}\vec{AB}$

$$\vec{CE} = \frac{1}{3}\vec{CB}$$

$$\vec{AF} = m\vec{AE}$$

และ $\vec{FC} = n\vec{DC}$

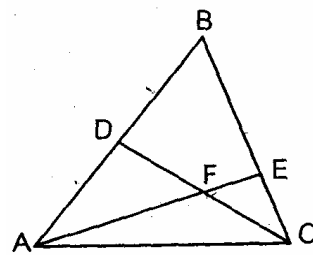
ดังนั้น $m + n$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{3}{8}$

ข. $\frac{1}{2}$

ค. $\frac{5}{4}$

ง. $\frac{3}{4}$



22. ให้ z เป็นจำนวนเชิงซ้อน ซึ่ง $|4iz^{-1} + 9\bar{z}| = 6\sqrt{2}$

ดังนั้น $|z|$ มีค่าอยู่ในช่วงใดต่อไปนี้

ก. $(0, \frac{1}{2}]$

ข. $(\frac{1}{2}, 1]$

ค. $(1, \frac{3}{2}]$

ง. $(\frac{3}{2}, 2]$

23. รูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่มีพื้นที่มากที่สุด ซึ่งอยู่ในบริเวณที่ปิดล้อมด้วยพาราโบลา $2y = x^2$ และเส้นตรง $y = 3$ โดยมีด้านๆ หนึ่ง อยู่บนเส้นตรง $y = 3$ มีพื้นที่เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $2\sqrt{2}$ ตารางหน่วย

ข. $4\sqrt{2}$ ตารางหน่วย

ค. $6\sqrt{2}$ ตารางหน่วย

ง. $8\sqrt{2}$ ตารางหน่วย





24. สร้างรูปสามเหลี่ยมจากจุดยอดของรูปแปดเหลี่ยมด้านเท่า มุมเท่ารูปหนึ่ง
 ความน่าจะเป็นที่รูปสามเหลี่ยมที่สร้างขึ้น ไม่มีด้านใดเป็นด้านของรูปแปดเหลี่ยม เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. $\frac{1}{7}$
 ข. $\frac{3}{7}$

- ค. $\frac{2}{7}$
 ง. $\frac{4}{7}$

25. ในการทดลองวัดความสัมพันธ์ระหว่างเวลา (วินาที) กับอุณหภูมิของน้ำ (องศาเซลเซียส) ที่ลดลง เป็นดังนี้

เวลา (วินาที)	1	2	3	4	5
อุณหภูมิ (องศาเซลเซียส)	98	95	86	75	64

ถ้าความสัมพันธ์เชิงฟังก์ชันของข้อมูลชุดนี้เป็นแบบเส้นตรง

แล้ว จะทำนายอุณหภูมิของน้ำเมื่อเวลาเท่ากับ 8 วินาที ได้เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- ก. 39.6 องศาเซลเซียส
 ข. 45.2 องศาเซลเซียส

- ค. 42.3 องศาเซลเซียส
 ง. 48.4 องศาเซลเซียส

ตอนที่ 3 ข้อละ 4 คะแนน

26. ให้ p, q, r เป็นประพจน์ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นสัจนิรันดร์

ก. $(p \rightarrow q) \rightarrow (\sim r \rightarrow (p \rightarrow q))$

ข. $p \vee (\sim p \wedge q) \vee (\sim q \wedge r) \vee \sim r$

ค. $(p \wedge q) \vee (q \wedge r) \vee (\sim p \wedge \sim q)$

ง. $((p \rightarrow q) \vee r) \rightarrow ((\sim p \vee q) \vee (\sim r \rightarrow p))$

27. พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1) อินเวอร์สของความสัมพันธ์ $\{(x, y) / x^2 + xy + y^2 = 0\}$ เป็นฟังก์ชัน

(2) อินเวอร์สของความสัมพันธ์ $\{(x, y) / 3x^2 + 2y^2 + x + 1 = xy + 10\}$ เป็นฟังก์ชัน

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- ก. ข้อ (1) และ (2) เป็นจริง
 ข. ข้อ (1) เท่านั้นเป็นจริง

- ค. ข้อ (2) เท่านั้นเป็นจริง
 ง. ข้อ (1) และ (2) เป็นเท็จ





28. ค่าของ $\arctan \frac{1}{3} + \arctan \frac{1}{5} + \arctan \frac{1}{7} + \arctan \frac{1}{8}$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{\pi}{2}$

ข. $\frac{\pi}{3}$

ค. $\frac{\pi}{4}$

ง. $\frac{\pi}{6}$

29. ผลบวกของจำนวนเต็มที่มีค่าตั้งแต่ 1 ถึง 100 ทั้งหมด ซึ่งหารด้วย 7 ลงตัว หรือหารด้วย 3 ไม่ลงตัว เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 4102

ข. 3800

ค. 3640

ง. 3577

30. กำหนดให้ $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$ และ $B = \{b_1, b_2, b_3\}$

เซต $\{f / f : C \rightarrow B \text{ โดย } C \subset A \text{ และ } C \neq \emptyset\}$ มีจำนวนสมาชิกเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 12

ข. 81

ค. 255

ง. 405





ตอนที่ 4 เขียนเฉพาะคำตอบ ข้อละ 4 คะแนน

31. จงหาจำนวนจริง a และ b ทั้งหมดที่ทำให้สมการ

$$|2x^2 + ax + b| \leq 1$$

มีเซตคำตอบเป็นเซต $[-1, 1]$

32. ให้ a และ b เป็นจำนวนจริงบวก

ถ้า A คือคำตอบของสมการ $(a \sin x + b)(b \sin x + a) = (a \cos x + b)(b \cos x + a)$

และ $B = \{\frac{\pi}{4} + k\pi / k \in I\}$

แล้ว จงเขียนเซต $A - B$ แบบแจกแจงสมาชิก

33. ให้ $a, m, n, k \in I^+$ และสอดคล้องเงื่อนไขต่อไปนี้

(1) ห.ร.ม. ของ m และ n ไม่เท่ากับ 1

(2) $m^2 - n^2 = 2541$

(3) $\frac{m^2 - n - a}{n^2 - m + a} = k$

จงหา k ทั้งหมดที่เป็นไปได้

34. จงหา (a_1, a_2, a_3, a_4) ทั้งหมดที่เป็นไปได้ โดยที่ $a_1, a_2, a_3, a_4 \in I^+$
และสอดคล้องเงื่อนไขต่อไปนี้

(1) $200 < a_1 < a_2 < a_3 < a_4$

(2) $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 2a_3 + a_4 = 2541$

(3) ห.ร.ม. ของ a_i และ a_j เท่ากับ 33 ทุกๆ $1 \leq i < j \leq 3$ และห.ร.ม. ของ a_3 และ a_4 เท่ากับ $7 \cdot 33$

(4) p^2 หาร a_4 ไม่ลงตัว ทุกจำนวนเฉพาะ p





35.

คะแนน	ความถี่สะสม
100 - 104	20
95 - 99	35
90 - 94	45
85 - 89	53
80 - 84	<i>P</i>
75 - 79	60

จากตาราง ค่าเฉลี่ยเลขคณิตของคะแนนเท่ากับ 94.5 อัตราภาคชั้นที่มีความถี่สะสม *P* มีความถี่เป็นเท่าใด

๒ กุมภาพันธ์ ๒๕๔๘

