

## ข้อสอบ Entrance คณิตศาสตร์ กข. ปี 2535

## ตอนที่ 1

1. ให้
- $S$
- เป็นเซตของประพจน์ และ
- $f: S \rightarrow \{0,1\}$

กำหนดโดย

$$f(p) = \begin{cases} 0 & \text{ถ้า } p \text{ มีค่าความจริงเป็นเท็จ} \\ 1 & \text{ถ้า } p \text{ มีค่าความจริงเป็นจริง} \end{cases}$$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้สำหรับประพจน์  $p, q$  ใด ๆ

(1)  $f(p \vee q) = |f(p) - f(q)| + f(p)f(q)$

(2)  $f(p \wedge q) = f(p)f(q)$

ข้อใดถูกต้อง

ก. (1) จริง (2) จริง

ข. (1) จริง (2) เท็จ

ค. (1) เท็จ (2) จริง

ง. (1) เท็จ (2) จริง

2. ประพจน์ที่สมมูลกับประพจน์
- $p \leftrightarrow q$
- คือประพจน์ข้อใด

ก.  $(p \rightarrow q) \wedge (q \wedge \sim p)$

ข.  $(\sim q \rightarrow \sim p) \wedge (\sim q \vee p)$

ค.  $(p \wedge \sim q) \wedge (q \rightarrow p)$

ง.  $(p \wedge \sim q) \wedge (\sim p \rightarrow \sim q)$

3. ถ้า
- $f$
- และ
- $g$
- เป็นฟังก์ชันกำหนดโดย

$$f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + 2y = 5\}$$

$$g = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 2x - y = 3\}$$

แล้ว  $g \circ f$  คือเซตในข้อใดต่อไปนี้

ก.  $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + y = 2\}$

ข.  $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + 4y = 11\}$

ค.  $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x^2 + 4x - 2y = 5\}$

ง.  $\{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 4x^2 - 12x + 2y + 4 = 0\}$

4. กำหนดให้
- $R$
- เป็นเซตของจำนวนจริง

ถ้า  $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid 9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11 = 0\}$  แล้ว  $D_r \cap R_r$  เท่ากับข้อใด

ก.  $[-1, 3]$

ข.  $[-5, 1]$

ค.  $[-1, 1]$

ง.  $[-5, 3]$

5. ถ้า  $f^{-1}(x) = \frac{x}{x-2}$  และ  $(f \circ g)(x+2) = 3x+6$  แล้ว  $g(2)$  เท่ากับข้อใด

ก.  $\frac{5}{6}$

ข.  $\frac{3}{2}$

ค.  $\frac{12}{5}$

ง.  $\frac{24}{11}$

6. ให้  $R$  เป็นเซตของจำนวนจริง

$$A = \{x \in R \mid 3x^2 + x - 2 > 0\}$$

$$B = \{x \in R \mid |3 - 2x| \leq 4\}$$

พิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1)  $B - A = [-\frac{1}{2}, \frac{2}{3})$

(2)  $A \cup B' = (-\infty, -\frac{1}{2}) \cup (\frac{2}{3}, \infty)$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. (1) ถูก (2) ถูก

ข. (1) ถูก (2) ผิด

ค. (1) ผิด (2) ถูก

ง. (1) ผิด (2) ผิด

7. ให้  $z_1$  และ  $z_2$  เป็นจำนวนเชิงซ้อนใด ๆ  $\bar{z}_1$  เป็นสังยุคของจำนวนเชิงซ้อน  $z_1$

จงพิจารณาข้อความต่อไปนี้

(1)  $|\bar{z}_1| = |z_1|$

(2)  $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$

(3)  $|z_1 z_2| = |z_1| |z_2|$

ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. ข้อ (1) หรือ ข้อ (2) หรือ ข้อ (3) ถูกเพียงข้อเดียวเท่านั้น

ข. ข้อ (1) และ ข้อ (2) เท่านั้นที่ถูก

ค. ข้อ (2) และ ข้อ (3) เท่านั้นที่ถูก

ง. ข้อ (1) และ ข้อ (3) เท่านั้นที่ถูก

8. ข้อความต่อไปนี้ข้อใดถูก

ก.  $\frac{x}{y} = xy^{-1}$  เมื่อ  $x$  และ  $y$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ข. ถ้า  $xy > zy$  แล้ว  $x > z$  เมื่อ  $x, y, z$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ

ค. ถ้า  $x > 0$  และ  $y > 0$  แล้ว  $\sqrt[n]{x} \sqrt[n]{y} = \sqrt[n]{xy}$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวกใด ๆ

ง.  $\sqrt[n]{x^n} = x$  เมื่อ  $x$  เป็นจำนวนจริงใด ๆ และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มใด ๆ



14. พื้นที่ภายในวงกลมรัศมียาว 1 เมตร ถูกแบ่งเป็น 2 ส่วนด้วยคอร์ดยาว 1 เมตร พื้นที่ส่วนน้อยของวงกลม เท่ากับข้อใด

ก.  $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{8}$  ตร.ม.

ข.  $\frac{\pi}{2} - \frac{\sqrt{3}}{4}$  ตร.ม.

ค.  $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8}$  ตร.ม.

ง.  $\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{4}$  ตร.ม.

15. กำหนดให้เอกภาพสัมพัทธ์เป็นเซตของจำนวนจริง

ถ้า  $A = \{\sin^{-1} x \mid -1 \leq x \leq 1\}$

$B = \{\cos^{-1} x \mid -1 \leq x \leq 1\}$

$C = \{\tan^{-1} x \mid x \text{ เป็นจำนวนจริง}\}$

แล้ว  $(A \cap C) \cap B$  เท่ากับข้อใด

ก.  $[\frac{\pi}{2}, \pi]$

ข.  $[0, \frac{\pi}{2}]$

ค.  $(-\frac{\pi}{2}, 0]$

ง.  $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$

16. ถ้า  $f(x) \ln(2^{5x} \cdot 5^{4x^2})$  แล้ว  $f'(1) - f''(1)$  มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. 0

ข.  $5 \ln 2$

ค.  $8 \ln 3$

ง.  $5 \ln 2 - 8 \ln 3$

17. ผลบวกของรากทั้งหมดของสมการ  $\log(x-10) - 2 \frac{\log(x-10)}{\log(x-1)} + 1 = \frac{2}{\log(x-1)}$

เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 20.2

ข. 111.1

ค. 202

ง. 1111

18. ถ้า  $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$  และ  $g(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$  แล้ว  $f(x+y)$  จะเท่ากับข้อใด

ก.  $f(x)g(y) + g(x)f(y)$

ข.  $f(x)g(x) + f(y)g(y)$

ค.  $g(x)f(y) - f(x)g(y)$

ง.  $f(y)g(y) - f(x)g(x)$

19. ให้ R เป็นเซตของจำนวนจริง

ถ้า  $U = \{x \in \mathbb{R} \mid |2^{x+2} - 10| > 6\}$  เป็นเอกภาพสัมพัทธ์แล้ว ข้อใดต่อไปนี้จริง

ก.  $\exists x [3^x = (\frac{1}{3})^x]$

ข.  $\forall x [3^x > (\frac{1}{3})^x]$

ค.  $\exists x [3^x < (\frac{1}{3})^x]$

ง.  $\exists x [3^x + (\frac{1}{3})^x = 2]$

20. กำหนดให้  $y = f(x)$  ถ้าอัตราการเปลี่ยนแปลงของ y เทียบกับ x เท่ากับ  $kx^3 - 10x + 6$  เมื่อ x มีค่าใด ๆ และ k เป็นค่าคงตัว และ  $f(0) = 1$ ,  $f'(1) = 0$  แล้ว  $f(-1)$  มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 6

ข. -9

ค. 10

ง. -13

21. ให้ R คือเซตของจำนวนจริง และ  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

กำหนดโดย  $f(x) = \det \begin{bmatrix} x & -1 \\ -x & 1-x \end{bmatrix}$  ค่าสูงสุดของฟังก์ชัน  $(f \circ f) - f$  เท่ากับข้อใด

ก. 0

ข.  $\frac{1}{4}$

ค.  $\frac{1}{2}$

ง.  $\frac{1}{\sqrt{2}}$

22. ถ้าเส้นโค้งเส้นหนึ่งมีสมการเป็น  $y = f(x)$  มีอัตราการเปลี่ยนแปลงของความชันของเส้นโค้งที่จุดใด ๆ เท่ากับ 2 และ ความชันของเส้นโค้งนี้ที่จุด  $(1, 4)$  มีค่าเท่ากับ 4 แล้วข้อใดผิด
- กราฟของ  $f$  ผ่านจุด  $(0, 0)$
  - ที่จุด  $(-1, 0)$  เส้นสัมผัสโค้งนี้มีความชันเป็น 0
  - $f$  มีค่าเพิ่มขึ้นในช่วง  $(1, \infty)$
  - $f$  มีค่าลดลงในช่วง  $(-\infty, -1)$
23. พิจารณาข้อความ
- $3 + 3.4 + 3.4^2 + \dots + 3.4^{19} = 4^{20} - 1$
  - $1.2 + 2.3 + 3.4 + \dots + 19.20 = 2660$
- ข้อใดต่อไปนี้เป็นจริง
- (1) และ (2) ถูก
  - (1) ผิด แต่ (2) ถูก
  - (1) ผิด และ (2) ผิด
  - (1) ผิด แต่ (2) ถูก
24. เราทราบว่า  $\frac{1}{n(n+1)} = \frac{1}{n} - \frac{1}{n+1}$
- ดังนั้นอนุกรม  $\sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{5}{2^n} - \frac{3}{n(n+1)} \right]$  มีผลบวกเท่ากับค่าในข้อใดต่อไปนี้
- 0
  - 2
  - 4
  - 5
25. กำหนดให้  $A$  คือ เมตริกซ์  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$
- ถ้า  $a_n = \det\left(\frac{1}{2}A\right)^n$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มบวก แล้วอนุกรม  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้
- เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์
  - มีผลบวกเป็น 0
  - มีผลบวกเป็น 1
  - มีผลบวกเป็น 2
26. ถ้า  $A = \begin{bmatrix} \sin \theta & \cos \theta \\ \cos \theta & \sin \theta \end{bmatrix}$  และ  $B = \begin{bmatrix} \cos 2\theta & -\sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{bmatrix}$  แล้ว  $\det(AB)$  มีค่าเท่ากับข้อใด
- $1 + \cos^2 \theta + \cos^2 3\theta$
  - $1 - \cos^2 \theta + \cos^2 3\theta$
  - $1 + \cos^2 \theta - \cos^2 3\theta$
  - $1 - \cos^2 \theta - \cos^2 3\theta$
27. ข้อใดถูก
- ถ้าเมตริกซ์  $U = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -4 \end{bmatrix}$ ,  $X = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  และ  $V = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ,  $Y = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$   
แล้วเมตริกซ์  $3UV - 2XY = [3]$
  - ถ้า  $\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ a^2 & a \end{bmatrix}$  เป็นซิงกูลาร์เมตริกซ์แล้ว  $a = 2$
  - ถ้า  $A$  และ  $B$  เป็นเมตริกซ์จัตุรัสที่มีมิติเดียวกันและ  $\det(AB) = 0$  แล้ว  $\det A = 0$  หรือ  $\det B = 0$
  - ถ้า  $A$  เป็นอนอนซิงกูลาร์เมตริกซ์มิติ  $2 \times 2$  แล้ว  $\det(2A)^{-1} = \det(2A^{-1})$
28. ถ้าเส้นตรง  $L$  ผ่านจุดศูนย์กลางของวงกลม  $x^2 - 2x + y^2 + 10y - 39 = 0$  และ ขนานกับเส้นสัมผัสของวงกลมนี้ที่จุด  $(2, 3)$  แล้วจุดในข้อใดต่อไปนี้อยู่บนเส้นตรง  $L$
- $(4, -\frac{43}{8})$
  - $(5, -\frac{9}{2})$
  - $(2, -13)$
  - $(3, -11)$









4. สำหรับจำนวนจริง  $x$  ใด ๆ ให้  $A_x$  เป็นเมตริกซ์ กำหนดโดย

$$A_x = \begin{bmatrix} 2 \sin x & 2 \sin^2 x \\ \sqrt{2} \cos^2 x & \cos x \end{bmatrix}$$

ถ้า  $S = \{x \mid -2\pi \leq x \leq 2\pi \text{ และ } A_x \text{ เป็นซิงกูลาร์เมตริกซ์}\}$  แล้ว  $S$  จะมีสมาชิกกี่ตัว

5. ดาวเคราะห์ดวงหนึ่งโคจรรอบดวงอาทิตย์เป็นรูปวงรี ซึ่งมีความยาวแกนเอกเป็น 186 ล้านไมล์ โดยมีดวงอาทิตย์อยู่ที่จุดโฟกัสจุดหนึ่งของวงรีนั้น ถ้าอัตราส่วนของระยะทางจากจุดศูนย์กลาง ของวงรีไปยังจุดโฟกัส กับ ครึ่งหนึ่งของความยาวแกนเอกเป็น  $\frac{1}{62}$  แล้ว ระยะทางที่ใกล้ที่สุดจากดาวเคราะห์ดวงนี้ถึงดวงอาทิตย์เท่ากับเท่าใด (หน่วยเป็นล้านไมล์)
6. ในการคำนวณค่าเฉลี่ย และ ค่าความแปรปรวน ของข้อมูลชุดหนึ่งซึ่งมี 40 จำนวน พบว่ามีค่าเฉลี่ย 20 และ ค่าแปรปรวน 25 ต่อ มาภายหลังพบว่าอ่านคะแนนผิดไป 2 จำนวนคือ " อ่าน 7 เป็น 1 และ อ่าน 3 เป็น 5 " แล้ว ความแปรปรวนที่ถูกต้องมีค่าเท่าใด

## เฉลย

### ตอนที่ 1

- |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. ก  | 2. ข  | 3. ก  | 4. ค  | 5. ข  | 6. ค  | 7. ง  | 8. ค  | 9. ค  | 10. ง |
| 11. ก | 12. ข | 13. ก | 14. ง | 15. ก | 16. ข | 17. ข | 18. ก | 19. ค | 20. ข |
| 21. ข | 22. ก | 23. ก | 24. ข | 25. ค | 26. ง | 27. ค | 28. ก | 29. ง | 30. ข |
| 31. ข | 32. ง | 33. ง | 34. ค | 35. ก | 36. ก | 37. ค | 38. ก | 39. ข | 40. ข |
41. ค

### ตอนที่ 2

1. 1
2. 17
3. 18
4.  $\frac{1}{8}$
5.  $183\frac{1}{2}$
6. 21.79