

ข้อสอบ Entrance คณิตศาสตร์ กข. ปี 2541

ตอนที่ 1

- โรงเรียนแห่งหนึ่งมีนักเรียน 80 คน และมีชมรมกีฬา 3 ชมรม คือ ฟุตบอล กรีฑา และ ว่ายน้ำ นักเรียนทุกคนต้องเป็นสมาชิกอย่างน้อย 1 ชมรม ถ้ามีนักเรียน 30 คน ที่ไม่เป็นสมาชิกชมรมว่ายน้ำ มีนักเรียน 20 คน ที่เป็นสมาชิกชมรมว่ายน้ำแต่ไม่เป็นสมาชิกชมรมฟุตบอล และมีนักเรียน 18 คน ที่เป็นสมาชิกทั้งชมรมฟุตบอลและชมรมว่ายน้ำแต่ไม่เป็นสมาชิกชมรมกรีฑา แล้วจำนวนนักเรียนที่เป็นสมาชิกทั้ง 3 ชมรม เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 8	ข. 12	ค. 14	ง. 15
------	-------	-------	-------
- ถ้า $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ และ $B = \{a, b\}$ แล้วจำนวนเซต X ซึ่ง $B \subset X \subset A$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 4	ข. 15	ค. 16	ง. 32
------	-------	-------	-------
- เซตใดต่อไปนี้เป็นเซตอเนก

ก. $\{x \mid x = x - 5\}$	ข. $\{x \mid x = x + 5\}$
ค. $\{x \mid x^2 - 2 x - 3 = 0\}$	ง. $\{x \mid \left \frac{x-1}{x+1} \right = \frac{x-1}{x+1}\}$
- เซตคำตอบของ $\left| \frac{x-1}{x-2} \right| > 2$ คือ เซตหรือช่วงในข้อใดต่อไปนี้

ก. \emptyset	ข. $(2, 3)$
ค. $(-1, 2) \cup (2, 7)$	ง. $\left(\frac{5}{3}, 2\right) \cup (2, 3)$
- กำหนด p, q, r, s เป็นประพจน์ ประพจน์ในข้อใดต่อไปนี้ไม่เป็นสัจนิรันดร์

ก. $[p \vee (q \wedge r)] \leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (p \vee r)]$	ข. $[p \vee (q \wedge r)] \vee \sim [p \vee (q \wedge r)]$
ค. $[(p \vee q) \rightarrow r] \leftrightarrow [\sim r \rightarrow (\sim p \wedge \sim q)]$	ง. $[(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (s \vee \sim r) \wedge \sim s] \leftrightarrow p$
- ถ้าความสัมพันธ์ $r = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = 2 - \frac{4}{(x-1)^2 - 4}\}$ แล้วข้อใดต่อไปนี้คือ เรนจ์ของ r

ก. $(-\infty, 2) \cup [3, \infty)$	ข. $(-\infty, 2) \cup (3, \infty)$
ค. $(-\infty, 2] \cup [3, \infty)$	ง. $(-\infty, 2] \cup (3, \infty)$
- ถ้า $f(x) = 10^x$, x เป็นจำนวนจริงบวก และ a, b เป็นสมาชิกของเรนจ์ของ f แล้ว $\frac{f^{-1}(ab)}{f^{-1}(b)}$ คือข้อใดต่อไปนี้

ก. $\log_{10} a$	ข. $1 + \log_{10} a$	ค. $1 + \log_b a$	ง. $1 + \log_a b$
------------------	----------------------	-------------------	-------------------
- $\tan\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{-1}{1 + \sqrt{3}}$	ข. $\frac{1 - \sqrt{3}}{1 + \sqrt{3}}$	ค. $\frac{1 + \sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$	ง. $\frac{\sqrt{3}}{1 - \sqrt{3}}$
------------------------------	--	--	------------------------------------

17. ให้ $\bar{a} = 2i - j$, $\bar{b} = i + 2j$ ถ้า \bar{c} เป็นเวกเตอร์หนึ่งหน่วยซึ่งทำมุมกับเวกเตอร์ \bar{a} เท่ากับที่ทำกับเวกเตอร์ \bar{b} แล้ว \bar{c} คือ เวกเตอร์ในข้อใดต่อไปนี้

ก. $\pm \frac{1}{\sqrt{10}}(i - 3j)$

ข. $\pm \frac{1}{\sqrt{10}}(i + 3j)$

ค. $\pm \frac{1}{\sqrt{10}}(3i + j)$

ง. $\pm \frac{1}{\sqrt{10}}(3i - j)$

18. กำหนดให้ $A = \{x \in \mathbb{C} \mid x^3 - 2x^2 + 9x - 18 = 0\}$

$$B = \{x \in \mathbb{C} \mid x^4 - 81 = 0\}$$

เซต $(A - B) \cup (B - A)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\{-3, -2, 3\}$

ข. $\{-3, 2, 3\}$

ค. $\{2, 3\}$

ง. $\{3, -3\}$

19. ถ้า z_1 และ z_2 เป็นจำนวนเชิงซ้อนซึ่ง $z_1 = (\cos \frac{\pi}{16} + i \sin \frac{\pi}{16})^4$ และ $\bar{z}_2 = 2 + i - \frac{\sqrt{2}}{z_1}$ แล้ว z_2 มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 1

ข. -1

ค. i

ง. -i

20. ถ้า $a_n = \frac{n^2 + n + 1}{3n^2 + 1}$ และ $b_n = \frac{2^n - 5^n}{5^n + 9}$ แล้วลิมิตของลำดับที่มีพจน์ที่ n เป็น $a_n - b_n + a_n b_n$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. -1

ข. $-\frac{1}{3}$

ค. 0

ง. 1

21. ถ้า a_1, a_2, \dots เป็นลำดับคอนเวอร์เจนต์ และมีลิมิตเป็น 1 แล้วอนุกรม $a_1 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_{n+1} - a_n)$ เป็นจริง

ตามข้อใดต่อไปนี้

ก. มีผลบวกเป็น a_1

ข. มีผลบวกเป็น 0

ค. มีผลบวกเป็น 1

ง. เป็นอนุกรมไดเวอร์เจนต์

22. กำหนดให้ $f(x) = \frac{|x^2 - 9|}{x - 3}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูก

ก. $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 0$ และ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x)$ หาค่าไม่ได้

ข. $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 0$ และ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 6$

ค. $\lim_{x \rightarrow -3} f(x) = 0$ และ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = -6$

ง. $\lim_{x \rightarrow -3} f(x)$ หาค่าไม่ได้ และ $\lim_{x \rightarrow 3} f(x) = 0$

23. ถ้า $f(x) = x + 1$ และ $g(x) = \sqrt{x}$ และ $F(x) = (f \circ g)(x)$ เมื่อ $x \geq 1$ แล้ว $(F^{-1})'(2)$ มีค่าเท่าใด

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 4

24. กำหนดให้ $f(x) = \frac{(x^2 - 1)^3}{g(x)}$ โดยที่ $g(2) = f'(2) = 3$ แล้ว $g'(2)$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 11

ข. 12

ค. 13

ง. 14

25. ถ้า $\frac{dy}{dx} = 5x^4 + 3x^2 - 4x$ และ $-y(1) = y(-1)$ แล้วค่าของ $y(0)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 0

ข. 1

ค. 2

ง. 3

26. ในการกระจาย $(x + 2)^n$ ถ้าพจน์ที่ 2 และ ที่ 3 เป็น 160 และ 320 ตามลำดับ แล้วความสัมพันธ์ระหว่าง x กับ n ในข้อใดต่อไปนี้ เป็นจริง

ก. $x = n - 2$

ข. $2x = n - 1$

ค. $2x = n + 1$

ง. $3x = n - 2$

27. ในการเลือกกรรมการนักเรียนจำนวน 4 คน จากผู้สมัครจำนวน 6 คน ซึ่งประกอบด้วยชาย 4 คน หญิง 2 คน ความน่าจะเป็นที่คณะกรรมการชุดนี้ จะประกอบด้วยนักเรียนชายไม่น้อยกว่า 3 คน เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{7}{15}$

ข. $\frac{8}{15}$

ค. $\frac{9}{15}$

ง. $\frac{10}{15}$

28. อายุของเด็กกลุ่มหนึ่งมีการแจกแจงความถี่ดังนี้

อายุ (ปี)	1 - 3	4 - 6	7 - 9	10 - 12	13 - 15
จำนวนเด็ก	2	a	8	7	3

a เป็นจำนวนจริง

ถ้า เปอร์เซนต์ไทล์ที่ 25 ของอายุของเด็กกลุ่มนี้เท่ากับ 6.5 ปี แล้วเด็กในกลุ่มนี้ที่มีอายุต่ำกว่า 10 ปี มีจำนวนเท่ากับข้อใด

ก. 14 คน

ข. 15 คน

ค. 16 คน

ง. 17 คน

29. ตารางข้างล่างนี้ เป็นเกณฑ์การคิดคะแนนที่ผู้สอนกำหนดไว้ และ ผลการเรียนรู้ของนักเรียนคนหนึ่ง

ตอนที่ 2

31. ถ้า $A = \{x \mid x = 1 - \frac{2}{n} \text{ และ } n \text{ เป็นจำนวนนับ} \}$

$$B = \{0, 1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\}$$

$$C = \{-1, 0, \frac{1}{2}, \{\frac{1}{3}, \frac{2}{4}, \frac{3}{5}, \dots\}\}$$

แล้ว $(A \cap C) - B$ เป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี้

- | | |
|-------------------------------|---|
| ก. เป็นเซตอนันต์ | ข. เป็นเซตจำกัดที่มีสมาชิกมากกว่า 1 ตัว |
| ค. เป็นเซตที่มีสมาชิกตัวเดียว | ง. เป็นเซตว่าง |

32. ให้ a, b เป็นจำนวนเต็มบวก ซึ่ง $a < b$, 5 หาร a ลงตัว และ 3 หาร b ลงตัว ถ้า a, b เป็นจำนวนเฉพาะสัมพัทธ์ และ ค.ร.น. ของ a, b เท่ากับ 165 แล้ว a หาร b เหลือเศษเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

- | | | | |
|------|------|------|------|
| ก. 1 | ข. 2 | ค. 3 | ง. 4 |
|------|------|------|------|

33. ข้อความข้างล่างนี้ ข้อใดไม่ใช่นิเสธของข้อความ $\exists x [P(x) \wedge \sim Q(x)]$

- | | |
|--|--|
| ก. $\forall x [\sim P(x) \vee Q(x)]$ | ข. $\forall x [P(x) \rightarrow Q(x)]$ |
| ค. $\forall x [\sim Q(x) \rightarrow \sim P(x)]$ | ง. $\forall x [P(x) \vee \sim Q(x)]$ |

34. ถ้า p, q, r เป็นประพจน์ โดยที่ $\sim p \vee q$ และ $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ มีค่าความจริงเป็นจริงทั้งคู่ พิจารณา

- (1) $p \rightarrow (\sim r \rightarrow q)$ มีค่าความจริงเป็นจริง
 (2) $(q \wedge \sim r) \rightarrow p$ มีค่าความจริงเป็นจริง

ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้อง

- | | |
|-------------------------|-------------------------|
| ก. ทั้ง (1) และ (2) ถูก | ข. (1) ถูก และ (2) ผิด |
| ค. (1) ผิด และ (2) ถูก | ง. ทั้ง (1) และ (2) ผิด |

35. ถ้า $f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = x^2 + 2x + 1\}$

$$g = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid y = \frac{1}{1-x^2}\}$$

และ $h = (g \circ f) + fg$ แล้ว โดเมนของ h คือข้อใดต่อไปนี้

ก. $\{x \mid |x| \neq 1\}$

ข. $\{x \mid x(x-2) \neq 0\}$

ค. $\{x \mid (x^2-1)(x-2) \neq 0\}$

ง. $\{x \mid x(x^2-1)(x+2) \neq 0\}$

36. ให้ $f(x) = \frac{1}{x+1}$ โดยที่ $x \neq -1$ ถ้า I เป็นฟังก์ชันเอกลักษณ์ และ $g = (f \circ f)(f + I)$ แล้ว $g(x)$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. 1

ข. $\frac{(x+1)^2}{(x+2)}$

ค. $\frac{(x+1)^2 + x}{(x+2)}$

ง. $\frac{(x+1)^2 - x}{(x+2)}$

37. กำหนดให้ $f(x) = \begin{cases} 2 & , \quad x \leq -1 \\ (x-1)^2 & , \quad -1 < x < 2 \\ (x+1) & , \quad x \geq 2 \end{cases}$

เซตคำตอบของสมการ $f(|x|) - 4 = 0$ เป็นสับเซตของเซตซึ่งเป็นช่วงในข้อใดต่อไปนี้

ก. $(-3, 5)$

ข. $(-6, -1)$

ค. $(-5, 4)$

ง. $(1, 6)$

38. กำหนดให้ $A = \{\sin\theta \mid \tan\theta(1 - \sin\theta) = \frac{2 \cos 2\theta}{\cos\theta}\}$ ผลบวกของสมาชิกในเซต A เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{2}{3}$

ข. $\frac{5}{3}$

ค. $-\frac{1}{3}$

ง. $-\frac{5}{3}$

39. กำหนดให้ $\cos^{-1} \frac{4}{5} + \sin^{-1} \frac{12}{13} + x = \frac{\pi}{2}$ แล้ว $\tan x$ มีค่าเท่ากับข้อใดต่อไปนี้

ก. $\frac{16}{63}$

ข. $\frac{6}{63}$

ค. $-\frac{16}{63}$

ง. $-\frac{6}{63}$

40. กำหนดให้ F เป็นจุดโฟกัสในควอดรันต์ที่หนึ่ง ของไฮเพอร์โบลา $4x^2 - 5y^2 - 8x + 20y - 36 = 0$ วงกลมซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ F และ สัมผัสแกน x มีสมการเป็นข้อใดต่อไปนี้

ก. $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 4 = 0$

ข. $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 8 = 0$

ค. $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 4 = 0$

ง. $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 16 = 0$

41. ให้ A และ B เป็นจุดโฟกัส และ จุดยอด ตามลำดับของพาราโบลา $x^2 - 8x + 4y + 4 = 0$ ถ้าวงรีมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ A และ จุดโฟกัสจุดหนึ่งอยู่ที่ B โดยที่จุดยอดจุดหนึ่งอยู่บนเส้นตรง $y = 4$ แล้วสมการวงรีคือข้อใดต่อไปนี้

ก. $(x-4)^2 + \frac{(y-2)^2}{2} = 1$

ข. $\frac{(x-4)^2}{2} + (y-2)^2 = 1$

ค. $\frac{(x-4)^2}{3} + \frac{(y-2)^2}{4} = 1$

ง. $\frac{(x-4)^2}{4} + \frac{(y-2)^2}{3} = 1$

42. ถ้า x และ y เป็นจำนวนจริง ซึ่งสอดคล้องสมการ

$$(2\log_3 0.5)\log_{0.5} x = \log_3 4$$

$$3^{y-1} = 2^{2y-3}$$

แล้ว x และ y จะเป็นจริงตามข้อใดต่อไปนี

ก. $y < 0 < x$

ข. $0 < x < y$

ค. $0 < y < x$

ง. $0 < x = y$

43. ถ้า $A = \{x \in \mathbb{R} \mid \left(\frac{2}{3}\right)^{x(1-x)} > \frac{9}{4}\}$ แล้ว เซต B เป็นช่วงในข้อใดต่อไปนีที่ทำให้ $B \cap A' = \emptyset$

ก. $(-2, -1)$

ข. $(-1, 0)$

ค. $(0, 1)$

ง. $(1, 2)$

44. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & a & 1 \\ 1 & -1 & a \end{bmatrix}$, $X = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$ และ $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ แล้ว

ค่าของ a ทั้งหมดที่ทำให้ระบบสมการ $AX = B$ หาคำตอบ (X) ได้ จะตรงกับเซตในข้อใด

ก. $\mathbb{R} - \{1\}$

ข. $\mathbb{R} - \{1, 2\}$

ค. $\mathbb{R} - \{3\}$

ง. $\mathbb{R} - \{-1, 3\}$

45. กำหนดให้ $A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ และ $M = \begin{bmatrix} x & -x \\ \frac{x}{3} & x+3 \end{bmatrix}$

เซตของจำนวนจริง x ที่ทำให้ $\det M = \det(2A + A^t)A^{-1}$ คือ เซตในข้อใดต่อไปนี

ก. $\{\frac{11}{7}, -5\}$

ข. $\{\frac{11}{7}, 5\}$

ค. $\{-\frac{11}{7}, -5\}$

ง. $\{-\frac{11}{7}, 5\}$

46. กำหนดให้ A และ B คือ จุด $(-10, 0)$ และ $(2, 4)$ ตามลำดับ แบ่งส่วนของเส้นตรง AB ที่จุด C ด้วยอัตรา

ส่วน $\frac{|\overline{AC}|}{|\overline{CB}|} = \frac{1}{3}$ ถ้า O คือจุดกำเนิด แล้วโคไซน์ของมุม \widehat{COB} มีค่าเท่ากับข้อใด

ก. $-\frac{2}{\sqrt{10}}$

ข. $-\frac{1}{\sqrt{10}}$

ค. $\frac{1}{\sqrt{10}}$

ง. $\frac{2}{\sqrt{10}}$

47. ถ้า $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x-1} & , x < -1 \\ x + \frac{1}{2} & , -1 \leq x \leq 3 \\ \frac{3}{2} & , x > 3 \end{cases}$ แล้วข้อใดต่อไปนีถูก

ก. f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ทุกจุดใน \mathbb{R}

ข. f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ทุกจุดใน \mathbb{R} ยกเว้นที่จุด $x = 3$

ค. f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ทุกจุดใน \mathbb{R} ยกเว้นที่จุด $x = -1$

ง. f เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องที่ทุกจุดใน \mathbb{R} ยกเว้นที่จุด $x = -1$ และ $x = 3$

48. ให้ b, c เป็นจำนวนจริง ถ้าเส้นโค้ง $y = x^2 + bx + c$ มีจุด $(-1, -4)$ เป็นจุดต่ำสุดสัมพัทธ์ แล้วพื้นที่ที่ถูกปิดล้อมด้วยเส้นโค้งนี้ และ ส่วนของแกน x จาก $x = -1$ ถึง $x = 1$ เท่ากับข้อใดต่อไปนี

ก. $\frac{2}{3}$

ข. $\frac{4}{3}$

ค. $\frac{16}{3}$

ง. $\frac{32}{3}$

49. กำหนดให้ f และ g เป็นฟังก์ชันต่อเนื่องบนช่วง $[1,3]$ โดยที่

$$f(x) = g(x) + x - 1 \quad \text{และ} \quad g(x) \geq 0 \quad \text{ทุกค่า } x \in [1,3]$$

พิจารณาข้อความ

$$(1) \int_1^3 f(x) dx \geq 2$$

$$(2) \int_1^3 (f(x) - g(x))^2 dx \geq \frac{8}{3}$$

ข้อใดต่อไปนี้เป็นข้อที่ถูกต้อง

ก. (1) และ (2) ถูกทั้งคู่

ข. (1) และ (2) ผิดทั้งคู่

ค. (1) ถูก แต่ (2) ผิด

ง. (1) ผิด แต่ (2) ถูก

50. ถ้า $f(x) = \frac{x^4}{4} - x$ และ a เป็นจำนวนจริงที่ทำให้ $\int_{-a}^{a^2} f''(x) dx = -\frac{1}{4}$ แล้ว $f'(a)$ เท่ากับข้อใด

ก. $\frac{1}{2}$

ข. $-\frac{1}{2}$

ค. $\frac{3}{2}$

ง. $-\frac{3}{2}$

เฉลย

- | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1. ข | 2. ค | 3. ง | 4. ง | 5. ง | 6. ก | 7. ค | 8. ข | 9. ก | 10. ง |
| 11. ข | 12. ง | 13. ค | 14. ง | 15. ก | 16. ก | 17. ค | 18. ข | 19. ก | 20. ง |
| 21. ค | 22. ก | 23. ค | 24. ก | 25. ค | 26. ข | 27. ค | 28. ก | 29. ง | 30. ข |
| 31. ค | 32. ค | 33. ง | 34. ก | 35. ง | 36. ง | 37. ค | 38. ก | 39. ค | 40. ง |
| 41. ค | 42. ข | 43. ก | 44. ข | 45. ก | 46. ข | 47. ข | 48. ค | 49. ก | 50. ง |